

**[H13] Flußbett**

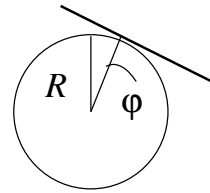
**(3 Punkte)**

Auf der Nordhalbkugel der Erde fließt ein Fluß mit der Geschwindigkeit  $v$  in nördlicher Richtung. An dem durch den Winkel  $\varphi$  charakterisierten Breitengrad habe er die Breite  $B$  (horizontal gemessen). Welches Flußufer ist höher und um wieviel?

**[H14] Wippe**

**(2+1+1 Punkte)**

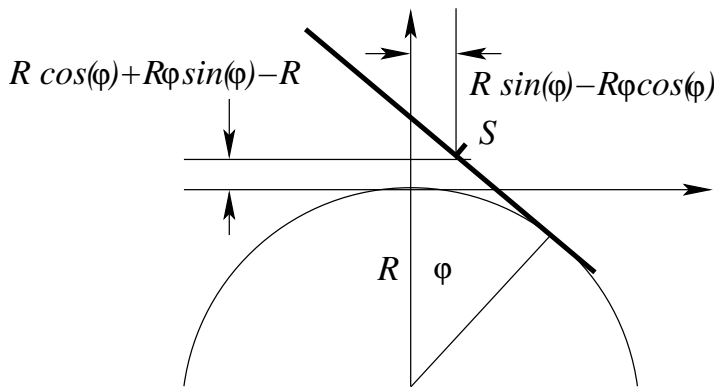
(a) Berechnen Sie die kinetische und potentielle Energie der Wippe (Skizze). Der Zylinder, auf dem das Brett (Masse  $M$ , Länge  $\ell$ ) ohne zu gleiten abrollt, ruht. Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf. *Hinweis:* Beschreiben Sie die Dynamik mittels der Koordinaten des Schwerpunktes. Das Trägheitsmoment bezüglich des Schwerpunktes  $S$  für ein quadratisches infinitesimal dünnes Brett wurde in der Präsenzübung [P10] berechnet. Der allgemeinere Fall eines rechteckigen Brettes läßt sich daraus leicht bestimmen.



(b) Betrachten Sie nur kleine Winkel. Welche Schwingungsfrequenz  $\omega_0$  ergibt sich dann?

(c) Was für eine Schwingungsfrequenz  $\omega$  stellt sich ein, wenn auf den beiden Enden der Wippe jeweils eine zusätzliche Punktmasse  $m$  befestigt wird? Innerhalb welcher Grenzen kann das Frequenzverhältnis  $\omega/\omega_0$  durch Ändern der Zusatzmassen  $m$  variiert werden? *Hinweis:* Nutzen Sie die Additivität von Trägheitsmomenten.

Zur Geometrie:



**[H15] Kreisel: Maximale Unwucht****(1+1+1 Punkte)**

Die Nutationsbewegung (siehe Vorlesung) des freien symmetrischen Kreisels ( $I_1 = I_2$ , Figurenachse =  $\vec{e}_3$ ) wird festgelegt durch die zwei Winkel

$$\vartheta = \sphericalangle (\vec{\Omega}, \vec{e}_3) \quad \text{und} \quad \gamma = \sphericalangle (\vec{\Omega}, \vec{L}) .$$

Der Winkel  $\gamma$  ist genau dann gleich Null ( $\vec{L} \parallel \vec{\Omega}$ ), wenn  $\vec{\Omega}$  in einer Hauptträgheitsachse liegt. Ansonsten ist dieser Winkel begrenzt, und zwar in Abhängigkeit vom Verhältnis  $\rho = \frac{I_3}{I_1}$ .

(a) Drücken Sie  $\cos \gamma$  durch  $I$  und  $\vec{\Omega}$  aus. Verwenden Sie hierzu die Komponenten in der Hauptachsenbasis, wobei Sie für  $\vec{\Omega}$  Kugelkoordinaten  $(\Omega, \vartheta, \varphi)$  einführen.

(b) Ermitteln Sie für das Ergebnis  $\cos \gamma = f(\rho, \vartheta)$  die Extrema in  $\vartheta$  bei festem Wert für  $\rho$  und interpretieren Sie diese! Welchen maximalen Winkel  $\gamma_{\max}(\rho)$  können  $\vec{L}$  und  $\vec{\Omega}$  bilden?

(c) Wie groß kann  $\gamma_{\max}$  im prolaten Fall ( $0 \leq I_3$ , also  $0 < \rho \leq 1$ ) bzw. im oblaten Fall ( $I_1 < I_3 \leq 2I_1$ , also  $1 < \rho \leq 2$ ) höchstens werden und wann?