Theoretische Physik I

Präsenzübung, Blatt 8 **WS 03/04 2/3.12.03**

[P16] Vektorfelder und Integralkurven

Betrachten sie das Vektorfeld $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^{\cdot} = A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ als Spezialfall von $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^{\cdot} = \begin{pmatrix} K_x(x,y) \\ K_y(x,y) \end{pmatrix}$ für die folgenden Matrizen A:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Skizzieren Sie jeweils das Vektorfeld $\vec{K}(\vec{r}) = A \cdot \vec{r}$ und teichnen Sie die Integralkurven.

[P17] Parametrische Resonanz

$\vec{x}(t) = (q(t), \dot{q}(t))$ erfülle die Gleichung $\vec{x}(t+T) = A \cdot \vec{x}(t)$, wobei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} s^4 & s^3 - 1 \\ f(s) & s^2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

von einem reellen Parameter s abhängt.

(a) Für welche Werte von s ist $\vec{x}$ stabil?

(b) Bestimmen Sie $f(s)$.

(c) Verifizieren Sie (a) durch explizite Berechnung der Eigenwerte von A.