

(zu bearbeiten am Dienstag, 24.01.2017)

Aufgabe P24 *Zur Hamilton-Jacobi Theorie: Masse im Erdschwerefeld*

Ein Massenpunkt bewegt sich im homogenen Erdschwerefeld. Anfangsbedingungen: $\vec{r}(0) = 0$, $\vec{p}(0) = \vec{p}_0$. Stellen Sie die Hamilton-Jacobi Gleichung auf und geben Sie deren Lösung S an (Separationsansatz). Bestimmen Sie dann mit Kenntnis der Wirkung S die Bahnkurve.

Aufgabe P25 *Berechnung einer Wirkung*

Ein Teilchen der Masse m bewegt sich in einem Potential $V(\rho, \varphi, z) = \frac{z^2}{r} + r$ mit $r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$ (ρ, φ, z sind Zylinderkoordinaten). Bestimmen Sie die Wirkung S für dieses Beispiel in folgenden Schritten:

(a) Verwenden Sie die Koordinaten q_1, q_2 mit

$$z = \frac{1}{2}(q_1 - q_2), \quad \rho = \sqrt{q_1 q_2}$$

und geben Sie die Hamilton-Funktion $H(q_1, q_2, \varphi, p_{q_1}, p_{q_2}, p_\varphi, t)$ an.

(b) Stellen Sie die Hamilton-Jacobi Gleichung auf und bestimmen Sie die Wirkung $S[q_1, q_2, \varphi]$. Die auftretenden Integrale müssen nicht mehr explizit berechnet werden.