

# Einführung in die Quantentheorie

Präsenzübung, Blatt 1

SoSe 2015

14./15.04.2015

---

## [P1] Hermitesche Konjugation

Seien  $M$  eine  $2 \times 2$  Matrix,  $|\phi\rangle$  und  $|\psi\rangle$  beliebige Zustandsvektoren sowie  $\lambda$  eine komplexe Zahl. Man zeige:

- (a)  $\langle\phi|M|\psi\rangle^* = \langle\psi|M^\dagger|\phi\rangle$ ,
- (b)  $M|\psi\rangle = \lambda|\psi\rangle \Rightarrow \langle\psi|M^\dagger = \lambda^*\langle\psi|$ .

## [P2] Eigenwerte und Eigenvektoren einer hermiteschen Matrix

Gegeben sei die hermitesche Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{2} + i \\ \sqrt{2} - i & 4 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Eigenwerte  $a_i$  der Matrix  $A$ .
- (b) Bestimmen Sie die Eigenvektoren  $|\Psi_i\rangle$  und normieren Sie diese ( $\langle\Psi_i|\Psi_i\rangle = 1$ ).

## [P3] Entwicklung nach einer Basis

Entwickeln Sie

$$|\Psi\rangle \doteq \frac{1}{\sqrt{10}} \begin{pmatrix} 3 \\ i \end{pmatrix}$$

nach den orthogonalen (?) Basisvektoren

$$|\Psi_1\rangle \doteq \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} + i \\ -1 \end{pmatrix}, \quad |\Psi_2\rangle \doteq \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} - i \end{pmatrix}.$$

Gesucht ist also  $|\Psi\rangle = c_1|\Psi_1\rangle + c_2|\Psi_2\rangle$ . Ist  $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$  erfüllt?

## [P4] Spur und Determinante

Seien  $A$  und  $B$  beliebige  $2 \times 2$ -Matrizen. Zeigen Sie:

- (a)  $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$ .
- (b)  $\det(A - \lambda I) = \lambda^2 - \lambda \text{tr}A + \det A$ ,  $\lambda \in \mathbb{C}$ .