

Einführung in die Quantentheorie

Präsenzübung, Blatt 2

SoSe 2024

09./10.04.2024

[P5] Nochmal hermitesche Konjugation

- (a) Sei $|\phi\rangle$ ein beliebiger Zustandsvektor.
Man zeige, dass die Matrix $|\phi\rangle\langle\phi|$ hermitesch ist.
- (b) Zeigen Sie, dass $(AB)^\dagger = B^\dagger A^\dagger$.

[P6] Nochmal Eigenwerte einer hermiteschen Matrix

Beweisen Sie, dass die Eigenwerte von hermiteschen Operatoren reell sind.
Zeigen Sie, dass die Eigenzustände zu verschiedenen Eigenwerten orthogonal sind.

[P7] Eine Identität in Bra-und-Ket-Notation

Prüfen Sie nach, dass

$$(|\psi\rangle\langle\phi|)|\theta\rangle = |\psi\rangle(\langle\phi|\theta\rangle).$$

[P8] Konsekutive Stern-Gerlach-Apparaturen

Für einen modifizierten Stern-Gerlach-Versuch werden drei Apparaturen, die Teilchenstrahlen mit Spin $\frac{1}{2}$ jeweils in zwei Teilstrahlen aufspalten, hintereinander geschaltet. Die erste und die letzte der Apparaturen bewirke Aufspaltungen in horizontaler Richtung, die mittlere solche in vertikaler Richtung. Der Ausgangsstrahl sei im Zustand $|R\rangle$.

- (a) Skizzieren Sie den Strahlengang in der Versuchsanordnung.
In wieviele Teilstrahlen wird der ursprüngliche Strahl aufgespalten?
- (b) Berechnen Sie die Intensitäten der Teilstrahlen, die die Versuchsanlage passiert haben.
- (c) Die mittlere der drei Apparaturen werde langsam ausgeschaltet, so dass die zugehörige Aufspaltung abnimmt, bis die jeweiligen Teilstrahlen völlig überlappen. Wie ändern sich die Ergebnisse aus (a) und (b) in diesem Fall?

Hinweis:

Eine horizontale Stern-Gerlach-Apparatur erzeugt Teilstrahlen $|x\rangle$ und $|y\rangle$.

Eine vertikale Stern-Gerlach-Apparatur erzeugt Teilstrahlen $|u\rangle$ und $|v\rangle$.