11. Präsenzübung zur Quantentheorie II, SS 2001

(zu bearbeiten am Donnerstag, 21.6.2001)

Aufgabe P17 *Diracgleichung mit kugelsymmetrischem Potential*

Zeigen Sie, daß für eine Dirac-Teilchen in einem kugelsymmetrischem Potential $V(r)$ die Größe $\vec{L}+\hbar/2\vec{\Sigma}$ eine Konstante der Bewegung ist, nicht jedoch $\vec{L}$ allein. Was bedeutet dies physikalisch?
Es gilt:

$$\vec{L} = (\vec{r} \times \vec{p}) \cdot \mathbb{1} \quad , \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}$$

Aufgabe P18 *Die Diracgleichung*

a) Es gelte die Diracgleichung

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \ .$$

Zeigen Sie, daß jede der vier Komponenten ψ_i der Klein-Gordon-Gleichung (angeben?) genügt.

b) Führen Sie in der Diracgleichung die "minimale Ankopplung"

$$\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$$

durch. Was bedeutet dies physikalisch?

c) Zeigen Sie, daß die Diracgleichung unter der Eichtransformnation

$$\begin{aligned} A_\mu(x) &\to \hat{A}_m u = A_\mu + \partial_\mu f(x) \\ \psi(x) &\to \hat{\psi}(x) = \psi(x) e^{-iqf(x)} \end{aligned}$$

invariant ist.