5. Präsenzübung zur Quantentheorie II, SS 2001

(zu bearbeiten am Donnerstag, 3.5.2001)

Aufgabe P9 *Hamilton-Operator im Fock-Raum*

Der Viel-Teilchen-Hamiltonoperator lautet als Funktion der Quantenfelder

$$H \;=\; \int d^3r\; \Psi^\dagger(\vec{r}) \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r}) \right\} \Psi(\vec{r}) \;,$$

wobei $h = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r})$ der Ein-Teilchen-Hamiltonoperator ist. Laut Vorlesung gilt $\Psi(\vec{r}) = \sum_\mu u_\mu(\vec{r}) a_\mu$. Stellen Sie H durch Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren dar. Bei welcher Wahl des Funktionensystems $u_\mu(\vec{r})$ ist H diagonal? Interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe P10 *Bewegungsgleichung für Feldoperatoren*

Im Heisenberg-Bild sind die Quantenfelder $\Psi(\vec{r},t)$ zeitabhängig und erfüllen somit die Bewegungsgleichung

$$i\hbar \frac{d}{dt}\Psi(\vec{r},t) \;=\; [\Psi(\vec{r},t)\,, H] \;.$$

Integrieren Sie dies formal, d.h. drücken Sie $\Psi(\vec{r},t)$ durch $\Psi(\vec{r}) \equiv \Psi(\vec{r},0)$ aus. Setzen Sie das Ergebnis in der rechten Seite dieser Gleichung ein und verwenden Sie H aus Aufgabe P9, um zu zeigen, daß $\Psi(\vec{r},t)$ sowohl für den Fermion- als auch für den Boson-Fall der Schrödingergleichung genügt.