# 6. Präsenzübung zur Quantentheorie II, SS 2001

(zu bearbeiten am Donnerstag, 10.5.2001)

## Aufgabe P11 *Kraus-Darstellung eines Superoperators*

Die Kraus-Operatoren für die sogenannte Amplituden-Dämpfung (Modell für den Zerfall eines angeregten Zwei-Niveau-Atoms durch spontane Emission von Photonen) sind gegeben durch

$$M_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{pmatrix} \quad , \quad M_1 = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \ ,$$

wobei der Grundzustand $|0\rangle_A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und der angeregte Zustand $|1\rangle_A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ist.

a) Bestätigen Sie, daß $\sum_\mu M_\mu^\dagger M_\mu = \mathbb{1}$ . Wie entwickelt sich ein allgemeiner Zustand $\varrho_A$? Prüfen Sie die Spurerhaltung und die Erhaltung der Hermitezität.

b) Wie lautet die unitäre Darstellung der Amplituden-Dämpfung in $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_E$, d.h. in dem Hilbert-Raum, der durch Atom und Umgebung aufgespannt wird? Überlegen Sie sich die physikalische Interpretation.

## Aufgabe P12 *Wie schnell ist Dekohärenz?*

Ein Pendel mit der Masse $m = 1$ g und der Frequenz $\omega = 1\ \mathrm{s}^{-1}$ hat den Gütefaktor $Q = m\omega^2/\hbar\Lambda = 10^9$. Das Pendel ist in dem "Schrödinger-Katzen"-Zustand

$$|\ \mathrm{cat}\ \rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + |-x\rangle)$$

präpariert, d.h. in einer Superposition von Wellenpaketen mit minimaler Unschärfe, die zu Beginn in Ruhe sind und sich an den Orten $\pm x$ befinden. Es sei $x = 1$ cm.
Schätzen Sie die typische Zeitskala für die Dekohärenz dieses Zustands ab, wenn die Umgebung

a) Temperatur Null

b) Raumtemperatur

hat.

*Hinweis:* Die Dekohärenzrate ist $\Gamma \approx n\,\Lambda\,(\Delta x)^2$, wobei $\Lambda$ die Lokalisationsrate und $n$ die Zahl der erreichbaren Endzustände ist. Benutzen Sie $\hbar \approx 10^{-34}$ Js sowie $k \approx 10^{-23}\ \mathrm{JK}^{-1}$.