

2. Präsenzübung zur Fortgeschrittenen Quantentheorie, SS 2010

(zu bearbeiten am Dienstag, 27.04.2010)

Aufgabe P3 *Zusammengesetzte Systeme*

Betrachten Sie den Singlett-Zustand

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A |1\rangle_B - |1\rangle_A |0\rangle_B) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle).$$

- Berechnen Sie die reduzierten Dichteoperatoren ϱ_A und ϱ_B .
- Berechnen Sie die Erwartungswerte für die Spinkomponenten der beiden Teilsysteme sowie deren Korrelationen, d.h. $\langle \sigma_i \otimes \mathbb{1} \rangle$ und $\langle \mathbb{1} \otimes \sigma_i \rangle$, sowie $\langle \sigma_i \otimes \sigma_j \rangle$.
- Berechnen Sie dieselben Größen wie in a) und b) für das Gemisch $\varrho = \frac{1}{2} |01\rangle \langle 01| + \frac{1}{2} |10\rangle \langle 10|$ und vergleichen Sie die Ergebnisse.

Aufgabe P4 *Parastatistik*

Sie haben in der Vorlesung die 3-Teilchen-Zustände kennengelernt, die sich unter Permutationen mit der irreduziblen "2"-Darstellung der symmetrischen Gruppe S_3 transformieren:

$$\begin{aligned} |\Psi_+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|mnp\rangle + \omega |npm\rangle + \bar{\omega} |pmn\rangle) \\ |\Psi_-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|nmp\rangle + \omega |pnm\rangle + \bar{\omega} |mpn\rangle) \\ |\Phi_+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|nmp\rangle + \bar{\omega} |pnm\rangle + \omega |mpn\rangle) \\ |\Phi_-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|mnp\rangle + \bar{\omega} |npm\rangle + \omega |pmn\rangle) \end{aligned}$$

mit $\omega = e^{2\pi i/3} = (-1 + i\sqrt{3})/2$ und $\bar{\omega} = \omega^2 = \omega^{-1} = (-1 - i\sqrt{3})/2$.

- Zeigen Sie, dass diese Zustände normiert und orthogonal zueinander sind, sowie auch orthogonal zu den Boson- und Fermionzuständen. Es soll hier genügen, wenn Sie jeweils ein Beispiel berechnen.
- Überlegen Sie sich das Transformationsverhalten der Zustände $|\Phi_{\pm}\rangle$ unter der zyklischen Transformation $|123\rangle \rightarrow |312\rangle$ sowie unter der Vertauschung $|123\rangle \rightarrow |213\rangle$.