

Präsenzübung zu den Rechenmethoden der Physik

9. 6. 2000 SS 2000

1. Fourierreihen

Die L -periodische Funktion $f(x)$ werde durch $f(x) = \sum_n c_n e^{2\pi i n x/L}$ repräsentiert. Welche Fourier-Koeffizienten ergeben sich für folgende Funktionen?

- $f(x - c)$
- $f'(x)$

2. Beispiele für Fourierreihen

Eine 2π -periodische Funktion $f(x)$ läßt sich gemäß Vorlesung darstellen als

$$f(x) = f_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx).$$

Aufgrund der Orthogonalität der Funktionen $\sin nx$, $\cos mx$ bestimmen sich die Koeffizienten aus den Integralen

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dx f(x)$$
$$a_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dx f(x) \cos mx$$
$$b_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dx f(x) \sin mx.$$

Berechnen Sie die Koeffizienten zu folgenden Funktionen $f(x)$, wobei $x \in [-\pi, +\pi]$ und $f(x+2\pi) = f(x)$ periodisch fortgesetzt ist:

- (a) $f(x)|_{[-\pi, \pi]} = x$
- (b) $f(x)|_{[-\pi, \pi]} = |x|$
- (c) $f(x)|_{[-\pi, \pi]} = x^2$

Benutzen Sie die erhaltenen Beziehungen, um Darstellungen für π abzuleiten. Aus a) erhalten Sie für $x = \pi/2$ eine Summenformel für π . Aus b) und c) erhalten Sie für $x = 0$ eine Summenformel für π^2 . Aus geeigneter Kombination von b) und c) ergibt sich die EULERSche Summenformel für $\pi^2/6$.