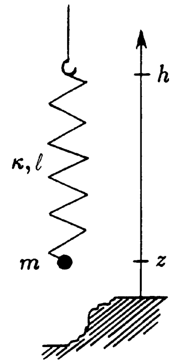
16) Eine Masse m hängt an einer (masselosen) Feder (κ, ℓ). Die Höhe $h(t)$, bei der ihr oberes Ende am Haken eines Krans befestigt ist, hängt in bekannter Weise von der Zeit t ab. Das Problem ist eindimensional.



Welcher Bewegungsgleichung folgt die z–Koordinate von m? Zu $t < 0$ befinde sich m bei $z = 0$ in Ruhe und folglich der Haken bei Höhe $h_0 = ?$. Dann aber $(t > 0)$ wird er mit

$$h(t) \;=\; h_0 + \alpha\, \omega^2\, t^2$$

$(\omega^2 := \frac{\kappa}{m})$ nach oben gezogen.

Lösen Sie die Bewegungsgleichung mittels Ansatz (bitte keine Integrale)! Wann $(t_1 = ?)$ wird erstmals welche größte Federlänge ℓ_1 erreicht? Eigentlich müßte bei t_1 die Beschleunigung $\ddot{z}$ am kleinsten/größten sein — ist das der Fall? Welchen Wert hat dann $\dddot{z}$?

Weshalb darf kein $+C\,t^4$ in den Ansatz? Zu $\alpha = 0$ wäre es einfach. Statt solcher „technischer“ Ansatz–Gedanken kann man auch physikalisch argumentieren, wie sich wohl $z(t)$ verhalten muß.
Teilresultat: $\dddot{z}\,(t_1) = 4\alpha\omega^2$. 4

17) Energie-Erhaltung und Potential.

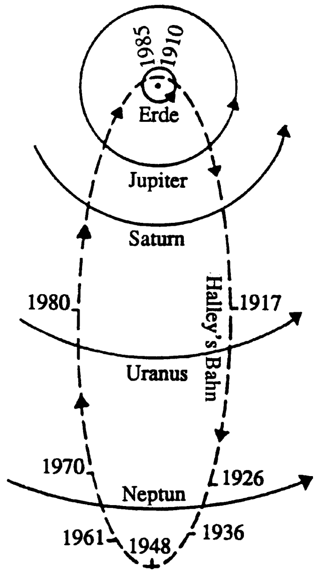
a) Welche Startgeschwindigkeit v_0 muß man dem (reibungsfreien) „Faller-Auto“ m in Höhe h mitgeben, damit es den Looping mit $3v_0$ verläßt? Mit welcher Geschwindigkeit v_1 durcheilt es den in Höhe $h/2$ gelegenen Looping-Gipfel?

b) In großer Höhe über der Erdoberfläche spielt jemand „Stein am Faden“ (m, ℓ). Welche Differenz $v_2^2 - v_1^2$ der Geschwindigkeitsquadrate ist zu erwarten? Vereinfachen Sie das Ergebnis für $\ell \ll h$ in guter Näherung!

c) Schnapp–Waage. Eine Masse m, wenn losgelassen an auf 2ℓ gedehnter idealer Feder (κ, ℓ), schnappt reibungsfrei auf dem diagonal gespannten Seil bis (ℓ, ℓ) nach oben. Hieraus läßt sich das Gewicht mg bestimmen.

d) Welches Potential $V(\vec{r}\,)$ hat die Kraft $\vec{F}(\vec{r}\,) = (\alpha, -\beta z, -\beta y)$? 4

18) Wenn ein Komet (Masse m) ausschließlich die Gravitationskraft der Sonne (Masse M, punktförmig, ruhend) spürt und der kürzeste Komet–Sonne–Abstand r_0 sowie der größte, r_1, bekannt sind, dann liefern uns die Erhaltungssätze die Geschwindigkeit v_0 am sonnennächsten Punkt und v_1 am fernsten Punkt. Auch der kleinste Krümmungsradius ϱ der Kometenbahn läßt sich leicht erhalten.



Komet Halley's lange Reise durch unser Sonnensystem. Mit diesen Worten, dem Bild und seinen Daten machte am 16. 11. 1985 die Hannoversche Allgemeine Zeitung (HAZ) auf das Ereignis aufmerksam. Der Komet war damals mit Fernglas am Nachthimmel auszumachen.

Welche Werte für v_0, v_1, ϱ ergeben sich mit $r_0 = 0,5\,\mathrm{AE}$, $r_1 = 35\,\mathrm{AE}$? (1 AE = Astronomische Einheit = Erde–Sonne–Abstand = $15 \cdot 10^7$ km, $\gamma \mathrm{M} = 39\,(\mathrm{AE})^3/\mathrm{Jahr}^2$).

Liegen Sie richtig? $v_0 = 12,4\,\mathrm{AE/Jahr}$, $v_1 = 0,18\,\mathrm{AE/Jahr}$, $\varrho = 1\,\mathrm{AE}$.

4