19) Ein Ball fällt aus einer Höhe h_0 und springt (bei Annahme vollkommen elastischer Stöße) mit konstanter Amplitude auf und nieder.

a) Wie groß ist die Schwingungsdauer?

b) Ist dies eine harmonische Bewegung? Wenn ja, warum?

c) Was ändert sich, wenn man berücksichtigt, daß bei jedem Stoß der Kugel realistischerweise 10% Energie verloren geht? Wie groß ist die Zeit zwischen den Stößen?

d) Kommt der Ball jemals zur Ruhe? Gegebenenfalls zu welcher Zeit?

Energie $E_n = mgh_n$ im n-ten Umkehrpunkt. Nützlich: $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ für $|q| < 1$. 3

20) Resonanz

Ein auf der x-Achse bewegliches, aber harmonisch gebundenes (ω^2) geladenes Teilchen (m, q) ruht in seiner Gleichgewichtsposition $x = 0$. Ab dem Zeitpunkt $t = 0$ wird es von einer vertikal einfallenden Lichtwelle (Frequenz Ω) getroffen und zum Mitschwingen gezwungen. Die Gesamtkraft ist also $F = F_{\text{harm}} + F_{\text{welle}}$, mit $F_{\text{harm}} \sim -x$ und $F_{\text{welle}} \sim \sin \Omega t$. Die Newton-Gleichung lautet damit (nach Division durch m)

$$\ddot{x} = -\omega^2 x + \gamma \sin \Omega t \quad , \quad x(0) = 0 \quad , \quad \dot{x}(0) = 0 \quad .$$

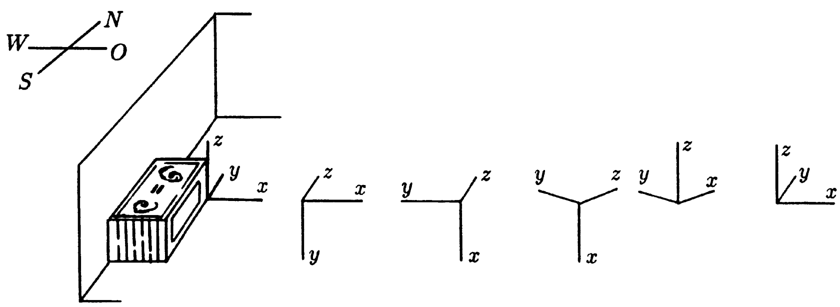
a) $\Omega \neq \omega$: Ansatz formulieren und Lösung $x(t)$ bestimmen.

b) $\Omega = \omega + \varepsilon$ und $\varepsilon \to 0$: Die Aufspaltung in Lösung a) einsetzen und $\varepsilon \to 0$ ausführen. Wie wäre der Ansatz bei genau $\Omega = \omega$ zu stricken gewesen?

c) $\omega \to 0$: Lösung a) vereinfachen. Test durch Einsetzen.

Ansatz: Zwei Schwingungen! Formeln: $\sin(\omega+\varepsilon)t = ?$, $\sin \varepsilon t = \varepsilon t + O(\varepsilon^3)$, $\cos \varepsilon t = 1 + O(\varepsilon^2)$. 5

21) Eine an der Westwand eines Schlafzimmers stehende quaderförmige (mit Gucklöchern versehene) Kommode wird während einer ehelichen Auseinandersetzung zuerst in Richtung Norden aufgerichtet (siehe Skizze), dann seitlich ins Zimmer (d.h. nach Osten) abgekippt, von einem Tritt in Richtung Wand um $\pi/4$ gedreht, sodann behutsam über die Längskante aufgekippt und schließlich durch einen weiteren $\pi/4$–Tritt in ihre Ausgangsposition befördert.



Währenddessen bemerkt der Hausfreund, daß eine Ecke seines Gehäuses keine Ortsveränderung erfährt. Er ordnet den 5 Drehungen Matrizen $D^{(1)}, \ldots, D^{(5)}$ zu, errechnet sich (bezogen auf sein kommodenfestes Koordinatensystem) zu jeder Situation die Komponenten des Ortsvektors der Zimmerlampe (ursprünglich $\vec{r} \doteq (\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2)\text{m}$) und bildet schließlich (zur Kontrolle und in der richtigen Reihenfolge) das Produkt der 5 D's.

Teilresultate: $D^{(4)} = D_{\vec{e}_2, -\pi/2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ und $\underline{r}'''' = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \text{m}$. 4