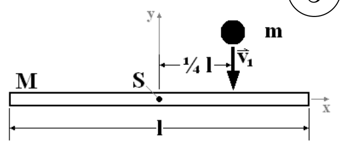
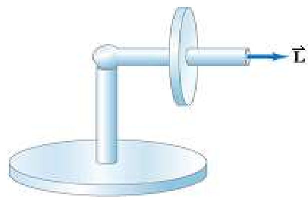
8. Hausübung zur Physik I Abgabe: Di 02.12.08

Aufgabe 29: a) Eine dünne Stange der Masse M und Länge l ruht auf einem reibungsfreien Tisch, als sie in einem Punkt $\frac{l}{4}$ von ihrem Schwerpunkt S entfernt von einer als punktförmig anzunehmenden Lehmkugel getroffen wird, die sich mit einer Geschwindigkeit v_1 quer zur Stange bewegt. Die Kugel bleibt an der Stange haften. Bestimmen Sie die Translations- und Winkelgeschwindigkeit der Stange nach dem Stoß. 5



b) Nehmen Sie an, das massive Rad rechts habe eine Masse von 300 g, einen Radius von 6 cm und drehe sich mit 250 $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Eine horizontale dünne Achse hält seinen Mittelpunkt in einem Abstand von 20 cm zum Ständer und ist an diesem drehbar befestigt. Wie groß ist die Präzessionsfrequenz der Achse?



Aufgabe 30: a) Überprüfen Sie, ob die Zeilen und Spalten der nebenstehenden Drehmatrix D normiert und orthogonal sind. Hat auch $\det(D)$ den gewünschten Wert? In welche Richtung zeigt die Drehachse und wie groß ist der Drehwinkel (bis auf Vorzeichen)? 3

$$D = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

b) Per $D_{z,3\alpha} = D_{z,\alpha}D_{z,\alpha}D_{z,\alpha}$ erhält man zwei trigonometrische Beziehungen. Drücken Sie hiermit $\cos 3\alpha$ nur durch $\cos\alpha$ und $\sin 3\alpha$ nur durch $\sin\alpha$ aus, indem Sie mit $2{\times}2$-Matrizen arbeiten!

Aufgabe 31: Ein Massepunkt bewegt sich in der Ebene unter dem Einfluss eines anisotropen harmonischen Potenzials $V(\vec{r}) = \frac{1}{2}\,\vec{r}\cdot\widehat{H}\cdot\vec{r}$ mit $\widehat{H} \doteq H = \frac{1}{4}\kappa\begin{pmatrix} 5 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 3 \end{pmatrix}$. Auf ihn wirkt also eine Kraft $\vec{F}(\vec{r}) = -\widehat{H}\cdot\vec{r}$ ein. Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für die Anfangswerte $\underline{r}(0) = \frac{a}{2}\begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ und $\underline{\dot{r}}(0) = 0$. 4

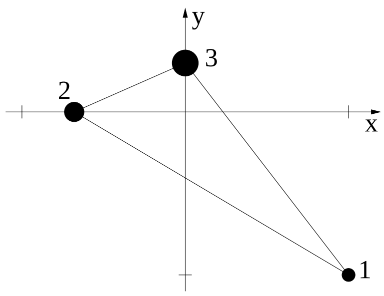
Führen Sie hierzu die Hauptachsen–Transformation durch (Eigenwerte finden und testen, Eigenvektoren bestimmen, testen und normieren, H' und D notieren). Lösen Sie jetzt die Bewegungsgleichungen im gedrehten System für die obigen Anfangswerte und transformieren Sie zurück: $\underline{r}(t) = ?$ Skizze der Bahnkurve!

Hinweise: Im gedrehten System ergibt sich: $m\,\ddot{x}' = -\frac{3}{2}\kappa\,x'$, $m\,\ddot{y}' = -\frac{1}{2}\kappa\,y'$.

Auf Orientierung der Eigenvektoren (= neuen Basisvektoren) achten! Anfangswerte mit transformieren!

Aufgabe 32: Durch masselose Drähte sind drei Kugeln starr miteinander verbunden: 3

$m_1 := m$ bei $\vec{r}_1 \doteq (1, -1, 0)\,a$
$m_2 = \frac{4}{3}m$ bei $\vec{r}_2 \doteq (-\frac{3}{4}, 0, 0)\,a$
$m_3 = 6m$ bei $\vec{r}_3 \doteq (0, \frac{1}{6}, 0)\,a$



Wo liegt der Schwerpunkt dieses Systems? Welchen Trägheitstensor I hat es? Bestimmen Sie die Haupt-Trägheitsmomente (= Eigenwerte von I).

Teilresultat: $I_1 = \frac{30}{12}m\,a^2$ und $I_2 = \frac{5}{12}m\,a^2$.

Zusatzpunkt: Skizzieren Sie die beiden in der xy-Ebene liegenden Hauptachsen.