

Aufgabe 33: Eine Bleikugel wird vertikal von einem 110 m hohen Turm in Florenz / Italien (Breitengrad 44°) fallengelassen. Wie weit vom Fuß des Turmes wird sie durch die Corioliskraft abgelenkt? ④

Aufgabe 34: Wie hoch ist die Geschwindigkeit eines Pions, wenn man für seine mittlere Lebensdauer $4.1 \cdot 10^{-8}$ s misst? In Ruhe beträgt seine mittlere Lebensdauer $2.6 \cdot 10^{-8}$ s. ①

Aufgabe 35: Durch ein anisotropes Medium fließt proportional zum angelegten elektrischen Feld \vec{E} die folgende Ladung pro Zeit und Fläche: ⑤

$$\begin{aligned} j_1 &= 6 \sigma_0 E_1 + 4 \sigma_0 E_2 \\ j_2 &= 4 \sigma_0 E_1 + 6 \sigma_0 E_2 + 3 \sigma_0 E_3 \\ j_3 &= 3 \sigma_0 E_2 + 6 \sigma_0 E_3 \end{aligned}$$

Die Stromdichte und das elektrische Feld stehen also über das Ohmsche Gesetz $\vec{j} = \hat{\sigma} \vec{E}$ in Beziehung. Welchen Leitfähigkeitstensor $\hat{\sigma}$ hat unser Medium? In Richtung welches Einheitsvektors \vec{f} fließt der Strom am besten? Zur Probe werde $\hat{\sigma}$ auf \vec{f} angewandt. Wie lang sind die Halbachsen des Maßellipsoids $\vec{E} \cdot \hat{\sigma} \cdot \vec{E} = c = \text{konst.}$?

Die inverse Beziehung $\vec{E} = \hat{\rho} \vec{j}$ definiert den Resistivitätstensor $\hat{\rho} \doteq \frac{1}{66 \sigma_0} \begin{pmatrix} 27 & -24 & 12 \\ -24 & 36 & -18 \\ 12 & -18 & 20 \end{pmatrix}$. In Richtung welches Einheitsvektors \vec{g} ist der Widerstand am größten und hat welchen Wert ρ_{\max} ?
Hinweise: Anstatt die Eigenwerte und eine Hauptachse von $\hat{\rho}$ zu berechnen, nutzen Sie die Relation $\hat{\rho} = \hat{\sigma}^{-1}$.

Aufgabe 36: Die Anzahl der Bewohner einer Insel (gegenwärtig $N(0) = N_0$) möge der „Bewegungsgleichung“ ④

$$\dot{N} = G(N) \cdot N - S_0 \cdot N \quad \text{mit} \quad G(N) = G_0 - \beta \cdot N$$

folgen. Hierbei sei die Sterberate S_0 eine Konstante; die Geburtenrate $G(N)$ halte sich streng proportional an den Bestand von Nutzpflanzen, welcher wiederum (wie angegeben) linear mit N abnehme. Günstige Abkürzung: $G_0 - S_0 =: \alpha$; wähle α und β positiv.

Wenn wir nun mit $N(t) =: 1/y(t)$ eine neue unbekannte Funktion $y(t)$ einführen und aus der N -Differenzialgleichung eine für y gewinnen, sollte sich ein einfacher Ansatz für $y(t)$ aufdrängen. Nach Lösen für $y(t)$ rekonstruiere man $N(t)$ und skizziere N über t .

Welche fernere Zukunft $N(\infty)$ haben die Insulaner?

Zu welchen Anfangswerten N_0 wächst die Bevölkerung monoton?

Welchen Langzeit-Grenzwert erreicht die relative Geburtenrate $G(N)/S_0$?