

1) Kurzaufgaben:

- a) Zeigen Sie mit erläuternden Zwischenschritten, dass für Drehimpuls \vec{L} und Drehmoment \vec{D} die Beziehung $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{D}$ gilt.
- b) Schätzen Sie die Rotationsenergie der Erde ab (Formel und Zahlenwert).
- c) Wie groß ist die Arbeit, welche die Erdanziehung an einem Satelliten verrichtet, der auf einer Kreisbahn um die Erde fliegt?
- d) Wie groß ist der mittlere Abstand von Luftmolekülen bei Raumtemperatur und einem Druck von 1 Pascal (nur die Größenordnung angeben)?

2) Eine dünne Stange der Masse M und der Länge L rotiert um das eine Ende der Stange. Das andere Ende der Stange hat die Geschwindigkeit v . Berechnen Sie das Trägheitsmoment der Stange ($I = \int \dots = \dots$) und den Drehimpuls in Bezug auf die Drehachse.

3) Ein Block der Masse M ist über eine horizontale Feder mit der Federkonstanten D mit einer Wand verbunden und vollführt horizontal eine reibungsfreie, harmonische Schwingung mit der Amplitude A_1 . Berechnen Sie die neue Amplitude A_2 und die Periode, wenn aus geringer Höhe ein Stück Knete der Masse m auf den Block fällt und haften bleibt. Die Knete falle zum Zeitpunkt, wenn a) der Block durch die Gleichgewichtslage gleitet und b) der Block seine maximale Auslenkung erreicht hat. Warum ist in den Fällen a) und b) die Gesamtenergie ($E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$) unterschiedlich? Wo ist der Energieunterschied geblieben?

4) Gegeben seien 3 antisymmetrische Matrizen $A_{ij} = \varepsilon_{ij\ell} a_\ell$, $B_{jk} = \varepsilon_{jkm} b_m$ und $C_{ki} = \varepsilon_{kin} c_n$. Drücken Sie den Skalar $\text{Sp}(ABC)$ durch die 3 Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} aus. ($\varepsilon_{jim} \varepsilon_{jnk} = ?$)

5) Wegen Zerfall (τ^{-1}) und wachsender Produktion (α) genügt die Anzahl $N(t)$ radioaktiver Kerne der Gleichung

$$\tau \dot{N} = -N + \tau \alpha t \quad \text{mit} \quad N(0) = 0 .$$

Man löse mittels Ansatz. Mit welcher t -Potenz *beginnt* N zu wachsen? Wie verhält es sich für große Zeiten $t \gg \tau$? Erfüllt Ihre Lösung die Erwartung für stabile Kerne ($\tau \rightarrow \infty$)?

6) Ein Schlittschuhläufer (m) bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v} \doteq (u, w)$ auf dem zugefrorenen Maschsee und verspürt die anisotrope Reibungskraft

$$\vec{F} \doteq -m \alpha (2u + 2w, 2u + 5w) .$$

Welche Hauptachsen hat der Maschsee? Skizze! Unter welcher Drehung ($D = ?$) erhält die Bewegungsgleichung $m\dot{\vec{v}} = \vec{F}$ welche einfachere Gestalt? Zur Anfangsgeschwindigkeit $(0, v_0)$ soll ihre Lösung $\underline{v}'(t) = (u', w')(t)$ im Hauptachsensystem angegeben werden.

7) Zwei Punkt-Sterne (je M) ruhen bei $(0, 0, -a)$ bzw. bei $(0, 0, +a)$ auf der z -Achse.

- a) Wie lautet das von ihnen erzeugte Gravitationspotenzial $V(\vec{r})$? (Superposition!)
- b) Mit welcher Kreisfrequenz ω führt eine Raumsonde (m) auf der x -Achse kleine harmonische Schwingungen aus? ($\ddot{x} = -\omega^2 x + O(x^3)$)
- c) Mit welcher Mindestgeschwindigkeit v_∞ müßte sie den Ursprung durchheilen, um den Doppelstern für immer zu verlassen? (Energiesatz!)

8) Eine Rakete (m) soll vom Ursprung entlang der x -Achse nach ∞ fliegen. Man parametrisiere den Weg $\vec{r}(t)$ so einfach wie möglich. Gegen die gravitative Anziehung durch einen Stern (M) bei $\vec{r}_0 \doteq (0, a)$ ist Arbeit A zu verrichten. Das Kurvenintegral für A soll explizit ausgewertet werden. ($\partial_t \frac{1}{\sqrt{t^2+1}} = ?$)

9) Ein unendlich langer geladener Draht entlang der z -Achse erzeugt ein elektrisches Feld $\vec{E}(\vec{r})$. Berechnen Sie den elektrischen Fluss $\Phi = \int_S d\vec{f} \cdot \vec{E}$ durch ein Rotationsparaboloid der Höhe H :

$$-H \leq z = h(x, y) = -\alpha(x^2 + y^2) \leq 0 \quad \text{und} \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{\sqrt{x^2+y^2}} \vec{e}_\rho \quad \text{mit} \quad \vec{e}_\rho = ?$$

