Nachklausur zur Physik I	WS 2008/09	27.03.09

1) Kurzaufgaben: 4

a) Ein Auto fährt mit 100 km/h gegen einen großen Baum. Aus welcher Höhe müsste es fallen, um mit derselben Geschwindigkeit auf dem Boden aufzuschlagen?

b) Skizzieren Sie Amplitude und Phase eines getriebenen, schwach gedämpften, harmonischen Oszillators im eingeschwungenem Zustand in Abhängigkeit von der treibenden Frequenz.

c) Zeigen Sie, dass beim mathematischen Pendel $E = E_{\rm kin} + E_{\rm pot} = const.$ gilt.

Hinweise: $E_{\rm kin}=\frac{m}{2}L^2\dot\varphi^2$; $E_{\rm pot}=mgL(\ldots)$; Bewegungsgleichung $mL\ddot\varphi = \ldots$ mit $L\dot\varphi$ multiplizieren: $\frac{\rm d}{{\rm d}t}(\frac{m}{2}L^2\dot\varphi^2)=\frac{\rm d}{{\rm d}t}(\ldots)$.

d) Welche spezifische Wärme (C_p oder C_V) ist beim idealen Gas größer? Ein Satz Begründung!

2) Auf einem Spielplatz steht eine ruhende Drehscheibe mit Radius r. Um sie zum Drehen zu bringen, schlingen Sie ein masseloses Seil herum und ziehen eine Zeit t lang mit der Kraft F. Während dieser Zeit vollführt die Drehscheibe genau eine vollständige Umdrehung. Finden Sie (a) die Winkelbeschleunigung (b) das Drehmoment (c) das Trägheitsmoment der Drehscheibe. 2

3) Ein mathematisches Pendel mit Fadenlänge L ist mit einem schweren Wagen verbunden, der eine geneigte Ebene mit dem Winkel Θ gegenüber der Horizontalen ohne Reibung heruntergleitet. Ermitteln Sie die Schwingungsdauer des Pendels auf dem gleitenden Wagen. 2

4) An einem Faden L hängt ein Holzklotz m_1. Eine Kugel m_2 wird mit Geschwindigkeit v in den Klotz geschossen und bleibt dort stecken. Wie groß ist der maximale Klotz-Auslenkwinkel? 2

5) Gegeben seien 2 antisymmetrische Matrizen $A_{ij} = \varepsilon_{ij\ell}a_\ell$ und $B_{jk} = \varepsilon_{jkm}b_m$ und die Dyade $\hat C = \vec c \circ \vec c$. Drücken Sie den Skalar Sp(ABC) durch die Vektoren $\vec a$, $\vec b$ und $\vec c$ aus. ($\varepsilon_{j\ell i}\,\varepsilon_{jkm} = ?$) 2

6) In zwei Dimensionen ist das Potenzial $V(\vec r) = -\vec a{\cdot}\vec r/r$ mit einem festen Vektor $\vec a$ vorgegeben. Es soll das zugehörige Kraftfeld $\vec F(\vec r)$ bestimmt werden. Man überprüfe daß $\vec r \cdot \vec F = 0$. Was bedeutet dies für eine radiale Bewegung ($\dot{\vec r} \parallel \vec r$)? Wie sehen die Äquipotenziallinien aus? (Überlegung oder Rechnung: $\vec a{\cdot}\vec r = a\,r\cos\phi$.) Skizze für $\vec a = \vec e_2$! 4

7) In einer Halfpipe verspürt ein Skateboardfahrer (m) am Ort $\vec r \doteq (x, y)$ die Kraft 4

$$\vec F(\vec r) \;=\; -m\,\omega^2 \widehat H\,\vec r \qquad \text{mit} \qquad H \;=\; \tfrac{1}{10}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} .$$

Welche Hauptachsen hat die Halfpipe? Unter welcher Drehung ($D = ?$) erhält die Bewegungsgleichung $m\ddot{\vec r} = \vec F$ welche einfachere Gestalt? Zu den Anfangsdaten $\vec r(0) = 0$ und $\dot{\vec r}(0) \doteq (0, v)$ ist ihre Lösung $\vec r\,'(t) \doteq (x', y')(t)$ im Hauptachsensystem zu bestimmen. Skizze der Bahnkurve!

8) Welches Gravitationspotenzial $V(z)$ erfährt eine Raumsonde (Masse m) bei der Bewegung entlang der Symmetrieachse ($x{=}y{=}0$) einer ringförmigen Massenverteilung in der xy-Ebene (konstante lineare Massendichte σ, Radius R)? Mit welcher Kreisfrequenz ω führt die Raumsonde kleine (harmonische) Schwingungen um den Koordinaten-Ursprung aus? Welche Mindestgeschwindigkeit v_∞ müßte sie dort haben, um das System für immer zu verlassen? 3

9) Auf ein (punktförmiges) Insekt wirkt die ortsabhängige Kraft 3

$$\vec F(x, y) \;=\; -\omega^2[(3x{+}2y)\vec e_x + 2x\vec e_y] \;=\; -\vec\nabla V(x, y)\ .$$

Welche Energie $A = \int_{\mathcal C} {\rm d}\vec r{\cdot}\vec F$ gewinnt es bei einem Flug auf einer Viertelkreisbahn $\mathcal C$ von $(R, 0)$ nach $(0, R)$? Finden Sie das Potenzial V und verifizieren Sie, daß $A = V(R, 0) - V(0, R)$.

10) Auf einen fahrenden Wagen wirkt eine zeitabhängige Reibungskraft so dass 4

$$\dot v(t) \;=\; -\tfrac{\gamma}{1+\alpha\,t}\,v(t) \qquad \text{mit} \quad \alpha, \gamma, t > 0\ .$$

Geben Sie die allgemeine Lösung dieser Differenzialgleichung an. Können Sie im Grenzfall $\alpha{\to}0$ eine bekannte Lösung rekonstruieren? Welche Lösung erhalten Sie, falls der Wagen zusätzlich einer konstanten Beschleunigung g ausgesetzt ist? Setzen Sie eine lineare Funktion an, um eine spezielle Lösung dieser inhomogenen Differenzialgleichung aufzufinden. Bestimmen Sie eine freie Konstante aus der Anfangsbedingung $v(0) = 0$.

Name, Vorname	Matrikelnummer	Studiengang	Semester

Lesen Sie die Aufgaben *vollständig* durch, *bevor* Sie mit der Bearbeitung beginnen.

Bearbeiten Sie die Aufgaben in einer *Ihnen passenden* Reihenfolge.

Bearbeitungszeit: 180 Minuten.

Bitte den Namen auf *jedes* Blatt!

Zum Schluss alle Blätter zusammenheften, mit *dieser* Seite zuoberst.

Eine anonymisierte Ergebnisliste wird in der kommenden Woche ins stud.IP gestellt.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ	Note