

Integralsätze

Zu verschiedenen statischen Strom- und Ladungsverteilungen sollen die resultierenden elektromagnetischen Felder berechnet werden. Verwenden Sie hierzu jeweils eine Maxwellgleichung in integraler Form und starten Sie mit einem Ansatz für das gesuchte Feld, der der Symmetrie des Problems Rechnung trägt. Überlegen Sie, für welche Integrationsgebiete sich die Integrationen leicht auswerten lassen.

(a) *Stromdurchflossene Platte*

In der xy -Ebene fließe ein Strom mit konstanter Stromdichte in x -Richtung. Geben Sie die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$ an und wählen Sie einen geeigneten Ansatz für das Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r})$. Erhalten Sie dasselbe Resultat, wenn Sie mit dem Ansatz in die differenzielle Maxwellgleichung gehen?

(b) *Geladener Hohlzylinder*

Ein Hohlzylinder mit Radius R ist mit einer homogenen Flächenladungsdichte λ (Ladung pro Umfang und Höheneinheit) belegt. Gesucht ist das elektrische Feld im Innen- und Außenraum.

Variationen des Gaußschen Integralsatzes

Beide Seiten des Gaußschen Integralsatzes $\int_{\partial V} d\vec{f} \cdot \vec{A} = \int_V d^3r \vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ sollen für eine besondere Gestalt des Vektorfeldes \vec{A} ausgewertet werden. Betrachten Sie die Fälle

$$(a) \quad \vec{A} = \vec{a} \phi \quad \text{und} \quad (b) \quad \vec{A} = \vec{a} \times \vec{v}$$

mit einem konstanten Vektor \vec{a} . Ziehen Sie nach den Regeln der Vektoranalysis den konstanten Vektor \vec{a} vor die Integrale und schreiben Sie die Identität in der Form $\vec{a} \cdot (\dots - \dots) = 0$. Da \vec{a} beliebig ist, muss der Ausdruck in der Klammer verschwinden. Welche Identitäten erhalten Sie auf diese Weise?