

Aufgaben Experimentalphysik

Ein Neutronenstern¹ ist ein kosmisches Objekt mit extrem hoher Dichte. Wie groß wäre die Erde, wenn sie so stark komprimiert würde, dass sie die gleiche Dichte wie ein Neutronenstern hätte. Nehmen Sie zur Vereinfachung für diese Abschätzung an, dass die Erde eine Kugel mit dem Radius $r = 6000$ km ist und nur aus Silizium besteht. Die Masse von Silizium sei die 28fache Neutronenmasse. Der Abstand zwischen den Siliziumatomen betrage in jeder Raumrichtung 0.1 nm. Der Abstand der Neutronen im Neutronenstern betrage $1.5 \cdot 10^{-15}$ m.

Aufgaben RdP

- Sind die folgenden drei Vektoren linear unabhängig?

Fall 1: $\vec{a} \doteq (1, 2, 0)$, $\vec{b} \doteq (-3, 2, 1)$, $\vec{c} \doteq (-10, -4, 2)$

Fall 2: $\vec{a} \doteq (5, 3, -2)$, $\vec{b} \doteq (-15, -9, 6)$, $\vec{c} \doteq (-1, 0, 7)$
- Wie lauten die Komponenten des Vektors $\vec{a} \doteq (3, 1)$ bezüglich der neuen Basis $\vec{f}_1 \doteq \frac{1}{5}(4, 3)$, $\vec{f}_2 \doteq \frac{1}{5}(-3, 4)$?
- Zeigen Sie, dass zwei Vektoren orthogonal sein müssen, wenn ihre Summe und Differenz den gleichen Betrag haben.
- Beweisen Sie den Satz des Thales.
- Leiten Sie die Dreiecks-Ungleichung aus der Schwarzschen Ungleichung ab:

$$-ab \leq \vec{a} \cdot \vec{b} \leq ab \quad \implies \quad |a - b| \leq |\vec{a} + \vec{b}| \leq a + b.$$
- Beweisen Sie den Sinussatz für ein ebenes Dreieck: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$.
- Vereinfachen Sie $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot [\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}]$.
- Berechnen Sie $\vec{a} \times (\vec{a} \times (\dots (\vec{a} \times \vec{b}) \dots))$ für ungerade Anzahl von \vec{a} 's.

¹Neutronensterne entstehen bei einer Supernova vom Typ II, wie sie beispielsweise beim Kollaps des Zentralbereiches gewisser Sterne stattfindet. Im Rahmen gängiger Modelle muss dazu die Masse des Vorläufersterns zwischen 1.44 Sonnenmassen (Chandrasekhar-Grenze) und etwa 3 Sonnenmassen betragen. Liegt die Masse darüber, entsteht ein Schwarzes Loch, liegt sie darunter, erfolgt keine Supernovaexplosion, sondern es entwickelt sich ein Weißer Zwerg. Astronomische Beobachtungen zeigen jedoch Abweichungen von den genauen Grenzen dieses Modells. So wurden z.B. Neutronensterne mit weniger als 1.44 Sonnenmassen gefunden. Der Kollaps erfolgt, wenn am Ende seiner Entwicklung die Fusionsprozesse im Inneren des Sterns zum Erliegen kommen. Im Zentralbereich massereicher Sterne wird nach der Fusion von Wasserstoff- zu Heliumkernen eine Reihe weiterer schwerer Elemente erzeugt. Sobald sich im Kern Eisen und Nickel angereichert haben, ist keine Fusion mehr möglich. Eisen und Nickel sind die Elemente mit der höchsten Bindungsenergie pro Nukleon, so dass für eine weitere Fusion Energie erforderlich wäre und nicht frei würde. Somit nimmt der Strahlungsdruck ab, welcher der Gravitation entgegenwirkt und den Stern stabilisiert. Der Stern kollabiert, wobei der Kern stark komprimiert wird. Dabei treten extrem starke Kräfte auf, die bewirken, dass die Elektronen in die Atomkerne gepresst werden und sich Protonen und Elektronen zu Neutronen (und Elektron-Neutrinos) verbinden. Faszinierend ist dabei, dass die Bildung des Neutronensterns zunächst vollständig im Kern des Sternes abläuft, während der Stern äußerlich unauffällig bleibt. Erst nach einigen Tagen wird die Supernova nach außen sichtbar. So können Neutrinodektoren eine Supernova früher nachweisen als optische Teleskope. (Quelle: www.wikipedia.de)