

RAUMKURVEN

Raumkurven gehören zu den grundlegendsten Objekten, an denen die Physik interessiert ist – geht es doch um die Vorhersage von Bahnen von Masse“punkten”.

[P10] *Zeitabhängige Vektoren*

Eine Lichtquelle kreist mit festem Abstand r und mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω in der xz -Ebene um die y -Achse. Das Licht fällt durch eine Lochblende, die sich parallel zur y -Achse mit konstanter Geschwindigkeit v bewegt, auf einen feststehenden Bildschirm, der senkrecht zur x -Achse im Abstand $2a$ zum Ursprung angeordnet ist. Dabei sei zum Startzeitpunkt $t = 0$ die Lichtquelle bei $(r, 0, 0)$ und die Lochblende bei $(a, 0, 0)$. Es sei $a > r$.

- Erstellen Sie eine Skizze der Anordnung.
- Geben Sie die Bahnkurve der Lichtquelle an, sowie die Bahnkurve der Lochblende.
- Geben Sie nun den Lichtstrahl an, der zu einer Zeit t von der Lichtquelle durch die Lochblende geht. Vernachlässigen Sie dabei, dass Lichtausbreitung Zeit benötigt. Welche Bahnkurve beschreibt der Lichtstrahl auf dem Schirm?

[P11] *Überlagerte Kreise*

Gegeben sei eine Raumkurve $\vec{r}(t) \doteq R \begin{pmatrix} \cos \omega t - \sin^2 \omega t \\ \sin \omega t + \sin \omega t \cos \omega t \\ -\cos \omega t \end{pmatrix}$.

- Was ist das für eine Kurve?
- Berechnen Sie $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ und daraus v^2 .
- Vereinfachen Sie nun v^2 soweit, dass Sie v_{\max} einfach ablesen können.

[P12] *Ableitungen von Vektoren*

Wir betrachten die Lorentz-Kraft in einem reinen, zeitlich konstanten, Magnetfeld, $\vec{F} = m \ddot{\vec{r}} = q \vec{v} \times \vec{B}$.

- Berechnen Sie damit $\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}}$.
- Was ergibt sich für $\partial_t v^2 = \partial_t [\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}}]$?
- Was können Sie über Richtung von \vec{a} und den Betrag von \vec{v} sagen?
- Verwenden Sie die Formeln für das begleitende Dreibein $(\vec{t}, \vec{n}, \vec{b})$ einer Raumkurve, um über $\vec{v} = \dot{\vec{r}} = v \vec{t}$ die Beschleunigung \vec{a} in einen Anteil parallel und einen senkrecht zu \vec{t} zu zerlegen. Machen Sie sich damit klar, dass in unserem Beispiel die in (c) gezeigten Eigenschaften einander notwendig bedingen.