

VEKTOREN UND KREUZPRODUKT

[H4] Lorentzkraft

[8 Punkte]

Ein Elektron mit Ladung q bewege sich geradlinig gleichförmig, obwohl es ein konstantes elektrisches Feld $\vec{E} \doteq (E, 0, 0)$ und ein konstantes Magnetfeld $\vec{B} \doteq (0, 0, B)$ durchfliegt. Auf das Elektron wirkt also die Lorentzkraft¹ $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. Was kann man nun über die Geschwindigkeit \vec{v} des Elektrons aussagen, und was nicht?

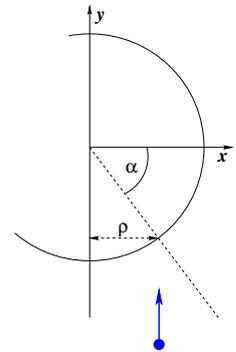
¹Leider wird in der Schule oft die Lorentzkraft missverständlich eingeführt, indem nur der Anteil, in dem das Magnetfeld auftritt, so genannt wird. Wie Sie im zweiten Semester lernen werden, macht dies keinen Sinn, da die elektrischen und magnetischen Felder abhängig vom Bezugssystem sind.

[H5] Elastischer Stoß

[4 + 4 + 4 + 4 = 16 Punkte]

Ein Teilchen der Masse m fliegt in der xy -Ebene mit Geschwindigkeit $\vec{v} \doteq (0, v, 0)$ bei $x = \rho$ ("Stoßparameter") in y -Richtung gegen eine harte Kugel. Diese habe einen Radius $R > \rho$, ihr Zentrum liege im Ursprung. Das Teilchen wird beim Aufprall elastisch reflektiert.

- Wo trifft es die Kugel? Geben Sie den Ortsvektor \vec{R} des Aufprallpunktes in Komponenten an.
- Formulieren Sie das Reflexionsgesetz *Einfallswinkel = Ausfallswinkel* vektoriell und koordinaten-unabhängig.
- Welche Geschwindigkeit \vec{u} (in Komponenten) hat das Teilchen m nach dem Stoß?
- An jedem Ort \vec{r} eines Teilchens kann man den Drehimpuls $\vec{L} := \vec{r} \times (m\vec{v})$ bilden, wobei jetzt \vec{v} seine Geschwindigkeit am Ort \vec{r} bezeichnet. Berechnen Sie \vec{L} explizit am Ort $(\rho, -5R, 0)$, unmittelbar vor und unmittelbar nach der Reflexion. Interpretieren Sie das Resultat.



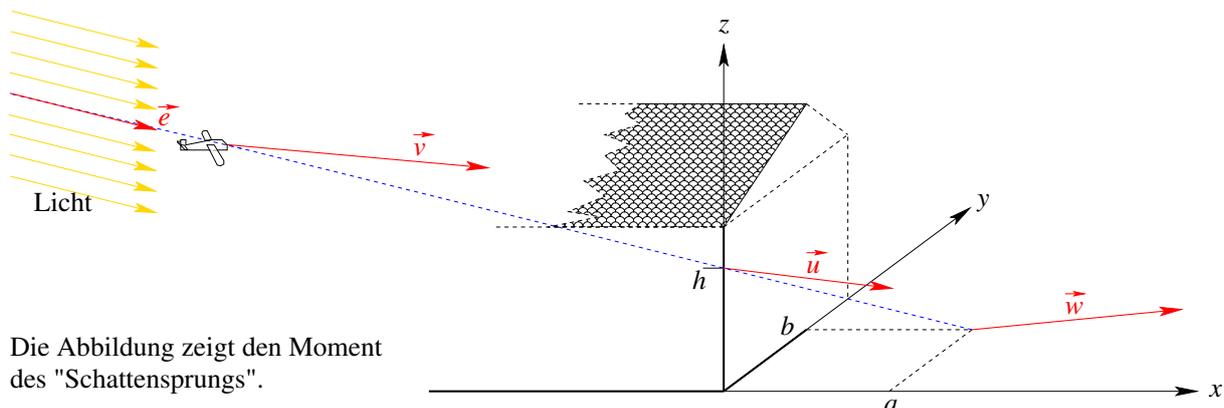
Hinweise: Eine günstige Abkürzung ist $\lambda := \rho^2/R^2$. Nützlich ist auch $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$. Zur Kontrolle überlegen Sie anschaulich, für welchen Winkel α die Geschwindigkeit \vec{u} (1.) in positive x -Richtung zeigt, (2.) zwei gleiche positive Komponenten hat. Prüfen Sie nach, ob Ihre \vec{u} -Formel dies bestätigt. Zwischenresultat: $\vec{u} \doteq v(2\sqrt{\lambda(1-\lambda)}, 2\lambda-1, 0)$.

[H6] Flug in der Abendsonne

[3 + 8 + 1 = 12 Punkte]

Ein Flugzeug landet mit Geschwindigkeit $v = |\vec{v}|$ in der Abendsonne. Die Lichtstrahlen fallen in Richtung eines Einheitsvektors \vec{e} ein. Der Schatten der Spitze des Flugzeugs huscht mit der Geschwindigkeit \vec{u} über eine Hauswand in der xz -Ebene, zuletzt bei der Höhe h , und danach ab $\begin{pmatrix} a \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$ mit der Geschwindigkeit \vec{w} über den Erdboden. Es stehen folgende Daten zur Verfügung: $v, u_1, u_3, w_1, w_2, h, a, b$.

- Berechnen Sie zunächst \vec{e} .
- Berechnen Sie nun \vec{v} . Überlegen Sie dazu, dass ein Objekt und sein Schatten die gleiche Projektion auf die Ebene senkrecht zum Lichteinfall haben. Machen Sie dafür vom Kreuzprodukt Gebrauch.
- Wie viele und welche der acht Daten haben Sie überhaupt benötigt?



Die Abbildung zeigt den Moment des "Schattensprungs".

[!] Ausführung

[6 Punkte]

Mit insgesamt 6 Punkten wird die Ausführung der Lösung insgesamt bewertet, also Leserlichkeit, Vollständigkeit der Rechenwege, Ausführlichkeit der Kommentare zum Lösungsweg usw.