
KRAFTFELDER UND POTENTIALE

Kraftfelder, zu denen es ein Potential gibt, haben die schöne Eigenschaft, dass die in ihnen zu verrichtende Arbeit nicht vom Weg abhängt, den man zwischen zwei Punkten wählt.

[H10] Kraftfelder **[5 + 5 + 5 + 5 = 20 Punkte]**

Berechnen Sie die zu den folgenden Potentialen gehörenden Kraftfelder und skizzieren Sie qualitativ die Äquipotentiallinien in der Ebene $z = 0$. Welche der zugehörigen Kraftfelder sind konservative Zentralfelder?

- (a) $V(\vec{r}) = A(x^4 + y^4 + z^4)$, $A = \text{const}$;
- (b) $V(\vec{r}) = A(x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 + 2y^2z^2 + 2z^2x^2)$, $A = \text{const}$;
- (c) $V(\vec{r}) = \vec{a} \cdot \vec{r}$, $\vec{a} = \text{const}$;
- (d) $V(\vec{r}) = a/r^2 - b/r$, $a, b = \text{const}$, $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Hinweis I: Äquipotentiallinien sind die Graphen der Punktmenge $\{\vec{r} : V(\vec{r}) = \text{const}\}$, hier also $\{(x, y) : V(x, y, 0) = \text{const}\}$.

Hinweis II: Konservative Zentralfelder sind Felder $\vec{F}(\vec{r})$, die die Form $\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\frac{\vec{r}}{r}$ mit $r = |\vec{r}|$ haben. Sie zeigen also immer auf ein Zentrum hin oder von ihm weg, und die Kraft hängt in Ihrer Stärke nur vom Abstand zum Kraftzentrum ab.¹

Hinweis III: In jeder Teilaufgabe gibt es 2 Punkte für die Bestimmung des Kraftfeldes, 2 Punkte für eine aussagekräftige Skizze und 1 Punkt für eine begründete Antwort auf die Frage, ob es sich um ein Zentralfeld handelt. Wer bereits gut mit *Python* auskennt, darf die Skizzen natürlich auch mit *Python* erzeugen. In diesem Fall werden die 2 Punkte für die Skizze zusätzlich als Computerpunkte angerechnet.

¹Wir legen praktischerweise das Kraftzentrum in den Ursprung, was nicht sein muss, aber immer möglich ist solange es nur eines gibt.

[H11] Freier Fall **[5 + 5 + 6 = 16 Punkte]**

In der Vorlesung wurde der freie Fall besprochen. Die Kraft ist für Fallhöhen $h \ll R_{\text{Erde}}$ gegeben als $\vec{F}_g = -m g \vec{e}_3$, wenn m die fallende Masse ist, und wenn die z -Richtung senkrecht vom Erdboden nach oben zeigt.

- (a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Anfangsbedingungen $\vec{r}(t=0) = h \vec{e}_3$ und $\vec{v}(t=0) = v_0 \vec{e}_3$ auf, und lösen Sie diese. Die Anfangsgeschwindigkeit zeigt also senkrecht nach oben (oder nach unten für $v_0 < 0$). Dieses Problem ist im Prinzip rein eindimensional.
- (b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Anfangsbedingungen $\vec{r}(t=0) = h \vec{e}_3$ und $\vec{v}(t=0) = v_0 \vec{e}_1$ auf, und lösen Sie diese. Die Anfangsgeschwindigkeit zeigt also in horizontaler Richtung. Dieses Problem ist im Prinzip zweidimensional.
- (c) Stellen Sie schließlich die Bewegungsgleichung für allgemeine Anfangsbedingungen $\vec{r}(t=0) = \vec{r}_0$ und $\vec{v}(t=0) = \vec{v}_0$ auf, und lösen Sie diese.

[C1] Computerübung: Einheiten umrechnen

[4 + 8 = 12 Computerpunkte]

Dies ist die erste Computerübung. Bitte beachten Sie unbedingt die Hinweise zur Bearbeitung und Abgabe von Computerübungen in Abschnitt 5 der Informations-Seiten zur Vorlesung im Stud.IP, den Sie im Kapitel „Abgabe von Übungen“ finden. Die Computerübung ist in *Python* zu lösen. Ihre Lösung dokumentieren und kommentieren Sie bitte ausführlich in einem Jupyter-Notebook.

In dieser ersten Übung geht es darum, dass Sie überhaupt ein einfaches *Python*-Programm erstellen. Wir wollen dabei die Umrechnung der Temperatur von Grad Celsius in Grad Fahrenheit durchführen.

- (a) Erstellen Sie in *Python* eine Funktion, die als Argument eine Temperatur in Grad Celsius erwartet, und die die zugehörige Temperatur in Grad Fahrenheit ausgibt. Die Umrechnung ist gegeben als $(\text{Temperatur in } ^\circ\text{F}) = \frac{9}{5} \cdot (\text{Temperatur in } ^\circ\text{C}) + 32$. Zum Erstellen einer solchen Funktion gehört, dass Sie diese im Anschluss testen.
- (b) Erstellen Sie in *Python* eine Funktion, die drei Argumente hat: Start- und End-Temperatur sowie eine Schrittweite. Die Funktion soll zunächst eine Liste mit Temperaturen eines Thermometers in Grad Celsius erstellen, die von der Start-Temperatur zur End-Temperatur in Schritten entsprechend der übergebenen Schrittweite reicht. Sodann soll die Funktion diese Liste mit Hilfe einer Schleife abarbeiten und eine Tabelle der Celsius- und der zugehörigen Fahrenheit-Werte ausgeben.
Verwenden Sie Ihre Funktion, um eine Umrechnungstabelle für ein Thermometer zu erstellen, das von $-20\text{ }^\circ\text{C}$ bis $+100\text{ }^\circ\text{C}$ in 5-Grad-Schritten anzeigt.

[!] Ausführung

[6 Punkte]

Mit insgesamt 6 Punkten wird die Ausführung der Lösung insgesamt bewertet, also Leserlichkeit, Vollständigkeit der Rechenwege, Ausführlichkeit der Kommentare zum Lösungsweg usw.