
KRAFTFELDER UND POTENTIALE

Kraftfelder und Potentiale gehören zu den grundlegenden Konzepten der Physik. Wir studieren einige ihrer Eigenschaften und wie sie beide zusammenhängen.

[P9] *Vom Kraftfeld zum Potential*

Wir betrachten das Kraftfeld $\vec{F}(x, y) \doteq (\alpha x, -\alpha y)$.

- (a) Wie sieht das Kraftfeld anschaulich aus? Erstellen Sie eine Skizze mit Pfeilen in der Ebene.
- (b) Finden Sie das zugehörige Potential $V(x, y)$, so dass $\vec{F} = -\vec{\nabla}V$ ist.
- (c) Wie sieht eine Landschaft aus, deren Höhenfunktion h gerade das in (b) ausgerechnete Potential ist, $h(x, y) = V(x, y)$?

[P10] *Gradient*

Der Gradient einer Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ zeigt immer in Richtung des stärksten Anstiegs der Funktion.

- (a) Wie berechnet man für eine durch $\phi(x, y, z) = \text{const}$ definierte Fläche im dreidimensionalen Raum den Normaleneinheitsvektor \vec{n} in einem Punkt der Fläche? Welche Bedingung erfüllt eine Bahnkurve, die *innerhalb* der Fläche verläuft?

Bemerkung: der normierte Gradient von ϕ existiert im ganzen Raum, die Einschränkung auf die Fläche erfordert die Verwendung der Konstanten const .

- (b) Ermitteln Sie den Gradienten für die Funktionen

$$x \sin(yz), \quad r, \quad \frac{1}{r}, \quad \ln r,$$

wobei $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ist. Was können Sie allgemein über den Gradienten einer Funktion $f(r)$ allein des Abstandes r sagen?

[P11] *Vom Potential zum Kraftfeld*

Bestimmen Sie das Kraftfeld zum Potential $V(\vec{r}) = \frac{m}{2} [(\vec{\omega} \cdot \vec{r})^2 - \vec{\omega}^2 r^2]$ für konstantes $\vec{\omega}$. Verwenden Sie Index-Notation!