

# Einführung in die Stringtheorie

Übung, Blatt 10

SS 06 30.06.06

## [P19] Duale Zustände der $\lambda$ -Vakua

In der Vorlesung wurde eine Serie von Vakua eingeführt, die wir hier mit  $|\lambda\rangle$  bezeichnen wollen und wie folgt definiert sind:

$$c_n|\lambda\rangle = 0 \quad \text{für } n \geq \lambda \quad \text{und} \quad b_n|\lambda\rangle = 0 \quad \text{für } n \geq 1-\lambda .$$

Hermitesche Konjugation impliziert dann

$$\langle\lambda|c_{-n} = 0 \quad \text{für } n \geq \lambda \quad \text{und} \quad \langle\lambda|b_{-n} = 0 \quad \text{für } n \geq 1-\lambda .$$

(a) Zu jedem Vakuum  $|\lambda\rangle$  gibt es ein duales Vakuum  $|\lambda'\rangle$  mit

$$\langle\lambda'|\lambda\rangle = 1 \quad \text{und} \quad \langle\lambda'|c_n|\lambda\rangle = 0 = \langle\lambda'|b_n|\lambda\rangle \quad \text{für alle } n .$$

Drücken Sie  $|\lambda'\rangle$  aus durch  $|\lambda\rangle$ .

(b) Spezialisieren Sie das Ergebnis auf das Vakuum  $|2\rangle$ . Zeigen Sie, dass  $\langle 2|2\rangle = 0$  und dass der Zustand

$$|2'\rangle = c_{-1}c_0c_1|2\rangle$$

das zu  $|2\rangle$  duale Vakuum ist.

*Bemerkung:* Der Zustand  $|\lambda=2\rangle$  ist das in der Vorlesung eingeführte SL(2)-invariante Vakuum  $|0\rangle$  (nicht  $\lambda=0$ !).

## [P20] Geistzahloperator

Die Geistwirkung und somit die totale Wirkung ist invariant unter den Transformationen

$$b_{\alpha\beta} \rightarrow e^\rho b_{\alpha\beta} \quad \text{und} \quad c^\alpha \rightarrow e^{-\rho} c^\alpha ,$$

wobei  $\rho$  ein reeller<sup>1</sup> kommutierender Parameter ist. Diese globale innere Symmetrie führt zu einer weiteren (klassisch) erhaltenen Ladung  $U$  namens „Geistzahl“, die für den geschlossenen String die folgende Modenentwicklung hat:

$$U = \sum_n (: c_{-n} b_n : + : \tilde{c}_{-n} \tilde{b}_n :) .$$

(a) Berechnen Sie die Kommutatoren  $[U, c_n]$  und  $[U, b_n]$ . Wie ist das Ergebnis zu interpretieren?

(b) Berechnen Sie die Geistzahl des SL(2)-invarianten Vakuums  $|\lambda=2\rangle$  und des dazu dualen Vakuums aus obiger Aufgabe. Wie groß ist die Geistzahldifferenz der beiden Zustände? *Hinweis:* Betrachten Sie nur den linkslaufenden Sektor.

*Vorlesung: O. Lechtenfeld - Übungen: R. Wimmer*

---

<sup>1</sup>Dies garantiert, dass die (Anti)-Hermitizität der Geister erhalten bleibt.