

Einführung in die Stringtheorie

Übung, Blatt 8

SS 06 16.06.06

[P15] BRST-Symmetrie des abelschen Higgs-Modells

Die Lagrangefunktion des abelschen Higgs-Modells ist gegeben durch

$$\mathcal{L}_{\text{cl}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 - |D_\mu\phi|^2 - U(|\phi|) ,$$

wobei $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ und $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$ abkürzt.

(a) Zeigen Sie, dass \mathcal{L}_{cl} invariant ist unter der Eichtransformation

$$\delta A_\mu = \partial_\mu \omega , \quad \delta \phi = ie \omega \phi , \quad \delta \phi^* = -ie \omega \phi^* .$$

(b) Die BRST-Transformation der Felder erhält man, indem die Parameterfunktion $\omega(x)$ der Eichtransformation durch das Produkt eines antikommutierenden Feldes $c(x)$ mit einem antikommutierenden Parameter λ wie folgt ersetzt wird:

$$\omega(x) = \lambda c(x) , \quad \delta \Phi_I = \lambda \delta_{\text{BRST}} \Phi_I ,$$

wobei Φ_I für alle oben gegebenen Felder steht. Bestimmen Sie daraus die BRST-Transformation des Geistfeldes $c(x)$, indem Sie fordern, dass die BRST-Transformation nilpotent ist, also $\delta_{\text{BRST}}^2 \Phi_I = 0$ für alle Felder gilt.

(c) Des weiteren führt man ein Antigeistfeld $b(x)$ sowie ein Hilfsfeld $B(x)$ ein, welche folgenden BRST-Transformationen gehorchen:

$$\delta_{\text{BRST}} b = B , \quad \delta_{\text{BRST}} B = 0 .$$

Die Eichfixierung führt zu einem Eichfixierungs- und einem so genannten Faddeev-Popov-Geistterm in der Lagrangefunktion. Für die Lorenz-Eichung haben diese die Form

$$\mathcal{L}_{\text{gf+FP}} = -\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu A^\mu)^2 + \partial_\mu b \partial^\mu c .$$

Der reelle Parameter ξ wählt Spezialfälle der Lorenz-Eichung. Die zugehörige Eichfixierungsfunktion ist $F(A) = \partial_\mu A^\mu$. Zeigen Sie, dass $\mathcal{L}_{\text{gf+FP}}$ als BRST-Transformation eines „Eichfixierungs-Fermions“

$$\Psi = b (F + \frac{\xi}{2} B)$$

geschrieben werden kann. Beachten Sie, dass δ_{BRST} antikommutierend ist. Was bedeutet dies für die komplette Lagrangefunktion $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{cl}} + \mathcal{L}_{\text{gf+FP}}$?

[P16] BRST-Ladung

Bestimmen Sie den BRST-Noether-Strom und die zugehörige BRST-Ladung zur obigen Lagrangefunktion $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{cl}} + \mathcal{L}_{\text{gf+FP}}$, bevor das Hilfsfeld B eliminiert wurde:

$$\lambda J_{\text{BRST}}^\mu = \sum_I \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \Phi_I} \lambda \delta_{\text{BRST}} \Phi_I , \quad Q_{\text{BRST}} = \int d^3x J_{\text{BRST}}^0 .$$

Vorlesung: O. Lechtenfeld - Übungen: R. Wimmer