**Theoretische Physik C** **(Abgabe bis 27. November 2020, 23:59)**

# Hausübung 6

Prof. Dr. Olaf Lechtenfeld, Daniel Westerfeld

## Aufgabe 1: Zeitentwicklung im Schrödinger-Bild (1+1+1+1+2=6 Punkte)

Es sei $\mathcal{H}$ der zu einem Quantensystem gehörige Hilbertraum. Ferner seien $A$ eine Observable sowie $A|a_1\rangle = a_1|a_1\rangle$ und $A|a_2\rangle = a_2|a_2\rangle$ zwei Eigenzustände von $A$ mit $a_1 \neq a_2$. Der Hamilton-Operator sei gegeben durch

$$H = \delta \big( |a_1\rangle\langle a_2| + |a_2\rangle\langle a_1| \big)$$

mit einem reellen Parameter $\delta \neq 0$.

**[HÜ 1.1]** Berechnen Sie $[H, A]$ und zeigen Sie, dass $|a_1\rangle$ oder $|a_2\rangle$ kein Eigenzustand von $H$ ist.

**[HÜ 1.2]** Berechnen Sie die möglichen Energiemesswerte und geben Sie die Zustände an, in denen diese mit 100% Wahrscheinlichkeit gemessen werden.

**[HÜ 1.3]** Zur Zeit $t = 0$ präparieren Sie das System im Zustand $|\psi(0)\rangle = |a_1\rangle$. Berechnen Sie im Schrödingerbild $|\psi(t)\rangle$ mithilfe des Zeitentwicklungsoperators.

**[HÜ 1.4]** Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, bei einer $A$ Messung zur Zeit $t > 0$ den Messwert $a_2$ zu erhalten.

**[HÜ 1.5]** Angenommen Sie präparieren sehr viele Kopien ihres Quantensystems zur Zeit $t = 0$, alle im Zustand $|a_1\rangle$. Zur Zeit $t > 0$ führen Sie an allen Systemen eine $A$ Messung durch. Welche Standardabweichung und welchen Erwartungswert erwarten Sie für diese Messreihe?

## Aufgabe 2: Kommutator im Heisenberg-Bild (4 Punkte)

$X(t)$ sei der Ortsoperator eines freien Teilchens in einer Dimension im Heisenberg-Bild. Bestimmen Sie $[X(t), X(0)]$. Gilt zu allen Zeiten $[X(t), P(t)] = \mathrm{i}\hbar\mathbb{1}$?

*Hinweis: Für ein freies Teilchen ist $P$ und daher auch $H = P^2/2m$ zeitlich erhalten. Berechnen Sie erst $X(t)$ explizit mit Hilfe von $U(t) = \exp(-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\, t\, H)$ und verwenden Sie $[X, f(P)] = \mathrm{i}\hbar f'(P)$.*