Staatsexamensklausur Lehramt Gymnasium

PHYSIK

März 2002

Es ist eines der drei Themen
(**A** oder **B** oder **C**)
auszuwählen und in vier Stunden zu bearbeiten.

Da gleichgewichtig bewertet, sollte *jeder* der drei Teile I., II., III. des gewählten Themas bearbeitet werden.

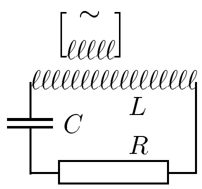
Teil I ist der experimentelle Teil. Anschauliches Verständnis und Beziehungsreichtum eines Ausschnitts Natur, experimentelles Einfühlungsvermögen und Fantasie auch ggf. bei einer Liste von Fehlerquellen. Grundlagen der beteiligten Physik ?

Teil II ist wie Ausschnitt aus einer mündlicher Prüfung. K u r z e (und vorzugsweise formelmäßige) Antworten. Lassen Sie k e i n e Frage a u s ! (zur Not Frage wenigstens einordnen, Stichworte?)

Teil III ist wie ein Ausschnitt aus einer Klausur zum Theorie-Kurs.

Thema **A** : Oszillationen

I. Wie funktioniert (Worte) die skizzierte Schaltung ?



Skizze der Amplitude I_0 der Stromstärke im Kreis als Funktion der Frequenz ω der angelegten Spannung ?! Schaltet man die letztere ab, so sind zwei Schwingungstypen denkbar, welche ?
Wie macht man (einer Schulklasse) das Geschehen sichtbar ? Welche Meßgeräte empfehlen Sie und wie funktionieren diese ?
Wie funktioniert der Transformator ? Rolle eines Eisenkerns ? Wie kann man aus obigen Schaltelementen Frequenzfilter (Hochpaß, Tiefpaß) aufbauen und wie funktionieren sie ?

II. 1) Die Ladung $Q(t)$ auf obigem Kondensator folgt der Dgl $L\ddot{Q} + \;?\; + \;?\; = U_{\text{angelegt}}(t)$. Welcher Term steht (warum) für welchen Schaltungsteil ? Lösungs–Trick im Falle $L = 0$?

2) Eine stehende Schallwelle ($[\partial_t^2 - c^2\partial_x^2]\, n = 0$ erfüllend) soll notiert werden (Kundtsches Rohr).

3) Eine ebene, in y-Richtung polarisierte e.m. Welle fliegt in negative z-Richtung. Welche Kraft $\vec{K}(t)$ erfährt eine am Ursprung festgenagelte Ladung q ?

4) Wenn man mit $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}\,\vec{r} - \omega t)$ die Maxwell–Gleichung $\operatorname{rot}\vec{E} = -\dot{\vec{B}}$ bestückt, dann erhält man das begleitende Magnetfeld $\vec{B}$: wirklich ? inwieweit ? welches $\vec{B}$?

5) $\ddot{x} + \omega^2 x = a\,\sin(\Omega t)$, $\omega \neq \Omega$. Welche allgemeine Lösung $x(t)$ hat diese Dgl ?

6) Die Bewegungsgleichung einer Ladung q im homogenen Magnetfeld $(0, 0, B)$ kann auf zwei Oszillator–Dgln rückgeführt werden, nämlich wie ?

7) Welchen Hamilton–Operator H hat ein 1D harmonischer Oszillator (m, ω) ? Wenn $\psi \sim e^{-\kappa x^2}$ die H–Eigenwertgleichung löst, wie muß dann κ mit ω zusammenhängen ?

8) Spin–Präzession : $H = \hbar\omega\sigma^x = \hbar\omega\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\psi(t{=}0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\psi(t) = ?$ (Normierung OK ?)

9) $m\,\partial_t^2 \langle x \rangle = \langle K(x) \rangle$: wie kommt das (in groben Zügen) heraus ? Inwiefern spielt eine Oszillator–Kraft hierin eine besondere Rolle ?

10) Wie ist die kanonische Zustandssumme eines 1D harmonischen Oszillators aufzuschreiben ? Und wie kann man sie auswerten ?

11) Drei Fragen zur Auswahl : notieren Sie das Wesentlichste (a) zur Fermi–Verteilung, oder (b) zur Dirac–Gleichung, oder (c) zur Hohlraumstrahlung.

12) Welche Fermionen kennen Sie ? (elementare oder auch zusammengesezte). Welche Aussage macht das Pauli–Prinzip ? Was ist das, eine Slater–Determinante ?

III. 1) Ein 1D harmonischer Oszillator befinde sich im Zustand $\psi(x) = A\, e^{-\alpha^2 \frac{m\omega}{2\hbar} x^2}$, α positiv.
Zu $\alpha = 1$ wäre dies genau die Grundzustandsfunktion, aber es sei $\alpha \neq 1$.
Welchen Normierungsfaktor A hat ψ ? (($\int dx\; e^{-x^2} = \sqrt{\pi}$.)) Mit welcher Wahrscheinlichkeit $P_0(\alpha)$ gibt eine Energie–Messung den Wert $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$? Die Funktion $P_0(\alpha)$ (Skizze !) hat ein Maximun, nämlich bei welchem Wert von α ?

2) Wiederkehrzeiten :
(a) Teilchen im 1D Kasten[1] , und zur Zeit $t = 0$ in einem Nicht–Eigenzustand $\psi(x, 0)$. Nach welcher Zeit t_1 hat sich ψ (spätestens) perfekt reproduziert ?
(b) Teilchen im 1D Oszillator–Potential : $t_1 = ?$
(c) Teilchen, gebunden an eine Kugeloberfläche (R) : $t_1 = ?$
(Hierbei könnte die Fußnote zu Thema C helfen : radiale Kinetik entfällt, und r ist R .)

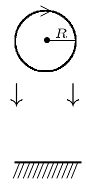
---

[1] siehe auch Thema C II. 5). Auch die E_n kann man eigentlich (Dimension?!) gleich hinschreiben.

März 2002

Thema **B** : Physik nahe c

I. Relativistischer Doppler–Effekt.



Bei Betrachtung der Sonne mit hochauflösendem Spektralapparat wird die Wasserstoff–Balmer–alpha–Linie am linken und rechten Rand des Äquators der Sonne bei leicht unterschiedlichen Wellenlängen gesehen.
Warum ist das so ? Woher (rechts/links in der Skizze) kommt das rötere Licht ?
Wie könnte ein Spektralapparat aufgebaut sein, mit dem man das sieht ?
Mittels allgemein $\omega = \omega_{\mathrm{ruh}}\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$ (linear nähern !) kann man die Rotations–Periode T der Sonne als Fkt. von $\Delta\omega$ erhalten, nämlich wie ? Nur R bekannt: mit Sicherheit ist $T > T_0 = ?$

II. 1) Nach Aufschreiben einer ebenen elektromagnetischen Welle werde (einem Schüler) der Zusammenhang von ω mit λ erklärt. Wie drückt sich $\Delta\omega$ (in T aus Teil I) durch $\Delta\lambda$ aus ?

2) Zahlenwerte zu Teil I : Sonnen–Durchmesser = 1.4 Mio km. , $\lambda_{\mathrm{Balmer-alpha}} = 656 * 10^{-9}\mathrm{m}$, Rechts–links–Unterschied $\Delta\lambda = 9 * 10^{-12}\mathrm{m}$ $\curvearrowright$ $T \approx ?$ (in Sekunden und z.B. ohne Kommastellen)

3) Wie kommt die ω–Wurzel–Formel von Teil I heraus ? (nämlich indem man welchen Vierervektor Lorentz–transformiert, tun !)

4) Wie folgt (zu bekannter Lorentz–Tr. als als 2×2–Matrix) die Längen–Kontraktion ?

5) Wie sieht die Lorentz–Transformation als 4×4–Matrix aus, wenn Σ' mit v in y–Richtung (statt in x–Richtung) fliegt ?

6) Welche (mechanischen und elektrodynamischen) Vierervektoren kennen Sie ? Wie folgt die Energie–Impuls–Beziehung aus der Invarianz des Vierer–Impuls–Quadrates ?

7) Welche Energiedichte U haben elektromagnetische Felder generell, und wieviel Energie E_V ist folglich in einem großen (darum räumliche Mittelung erlaubenden) Volumen V einer ebenen e.m. Welle enthalten ?

8) Wie sieht die kausale Lösung der Maxwell–Gleichungen aus (retardierte Potentiale) ? Angenommen, sie waren schon z.B. um 1880 bekannt, welche Hinweise auf Relativistik konnte man entnehmen ?

9) Nicht–relativistisches freies Teilchen (d.h. kein Potential). Wie entwickelt sich ein Zustand $e^{i\vec{k}\,\vec{r}}$ aufgrund der zeitabhängigen Schrödinger–Gleichung weiter ? $\curvearrowright$ $\omega(k) = ?$

10) Welchen Impuls–Erwartungswert hat ein Teilchen in 1D im Zustand $\psi = A\, e^{ikx}e^{-\alpha|x|}$?

11) Drei Fragen zur Auswahl : notieren Sie das Wesentlichste (a) zur Fermi–Verteilung, oder (b) zur Dirac–Gleichung, oder (c) zur Hohlraumstrahlung.

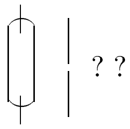
12) Welche Fermionen kennen Sie ? (elementare oder auch zusammengesezte). Welche Aussage macht das Pauli–Prinzip ? Was ist das, eine Slater–Determinante ?

III. 1) Zur Zeit $t_1' = \frac{a}{c}$ wird am Heck einer Rakete (= Σ'–Ursprung, welcher zu $t = t' = 0$ mit Σ–Ursprung koinzidierte; Standardsituation) ein Lichtblitz nach links gestartet. $a = x_1$ ist der (bekannte) Ort des Start–Ereignisses 1 auf der Σ–Achse. Wie schnell ($\beta =$?) fliegt die Rakete ? Wann ($ct_2 =$?) trifft der Blitz am Σ–Ursprung ein ?

2) In einer eindimensionalen, ultra–relativistischen Welt sei $H = c\,p$
der Hamilton–Operator eines freien Teilchens ($p = \frac{\hbar}{i}\partial_x$) .
Welche Eigenfunktionen hat H ? Welche Gestalt nimmt die zeitabhängige Schrödinger–Gleichung an ? Wie entwickelt sich ein (auf–1–normierbarer) Zustand $\psi(x,0)$ im Laufe der Zeit weiter ? Wie gelangt man (auf Ehrenfests Spuren) zu $\partial_t \langle A \rangle = -c \int dx\, A\, \partial_x \psi^* \psi$?
Folglich ist $\partial_t \langle x \rangle = ?$ Schließlich wird auch die Herleitung der Wahrscheinlichkeits–Stromdichte recht einfach und führt auf $\vec{j} = ?$

Thema **C** : Gebundene Teilchen

I. Eine Gasentladungsröhre ist mit Wasserstoff gefüllt.



Wie funktioniert die Röhre im Detail ? Was für ein Spektrum beobachten Sie ? Aufbau und Geräte, um die Strahlung zu analysieren ? Welche Interferometer kennen Sie ? Termschema des H–Atoms ? Ursachen für Linienbreite ? Kennen Sie Feinstrukturen des Spektrums ? Welche Effekte macht ein Magnetfeld ? Wenn Licht durchstimmbarer Frequenz auf H–Gas trifft, was/wo sieht man dann ?

II. 1) Wie kommt in klassischer Mechanik bei Bewegung eines Teilchens (m) im Zentralpotential $V(r)$ das effektive Potential $V_{\text{eff}}(r) = ?$ zu Papier ?

2) Wie kann man anhand einer Skizze des effektiven Potentials die Kepler–Bahn–Typen (welche?) qualitativ unterscheiden ? Keplers drei Sprüche zur Planetenbewegung ?

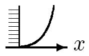
3) Lösen Sie (stichwortartig, markante Formeln) das H–Atom–Problem (Kern fest). Siehe auch die Fußzeile [2] dieses Blattes. Wie wird die Radial– zu einer 1D Schrödinger–Gleichung ?

4) Ein H–Atom–Eigenwert $E_n = -\frac{\alpha}{n^2}$ ist n^2–fach entartet [2]. Wie kommt das heraus ?

5) Welche H–Eigenzustände $\varphi_n(x)$ hat ein 1D bewegliches Teilchen in einem Kasten mit ∞ hohen Wänden bei $x=0$ und $x=a$? (malen, raten und gleich hinschreiben). Können Sie auch zur Delta–Mulde $V(x) = -\lambda\,\delta(x)$ einiges gleich hinschreiben und skizzieren ?

6) Ist der Translations–Operator hermitesch ? Ist es der Paritätsoperator ? (je: warum ?)

7) In 3D befindet sich ein Teilchen (m) im Potential $V(x,y,z) = \begin{cases} \alpha x^2 & \text{für } 0 < x \\ \infty & \text{für } x < 0 \end{cases}$



Wie führt Separation auf seine (welche) stationären Zustände ?

8) Wie sieht der Hamilton–Operator eines Teilchens aus, wenn auch ein Magnetfeld anliegt ? Wie gewinnt man daraus einen $\vec{L}\cdot\vec{B}$–Term ?

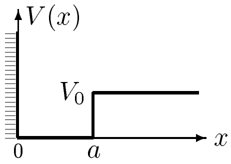
9) Spin–Präzession : $H = \hbar\omega\sigma^x = \hbar\omega\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\psi(t\!=\!0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\psi(t) = ?$ (Normierung OK ?)

10) Newton gilt (fast) auch quantenmechanisch, nämlich für Erwartungswerte. Wie geht man vor, um dies zu zeigen ? (siehe auch Thema A II. 9))

11) Drei Fragen zur Auswahl : notieren Sie das Wesentlichste (a) zur Fermi–Verteilung, oder (b) zur Dirac–Gleichung, oder (c) zur Hohlraumstrahlung.

12) Welche Fermionen kennen Sie ? (elementare oder auch zusammengesezte). Welche Aussage macht das Pauli–Prinzip ? Was ist das, eine Slater–Determinante ?

III. 1) Die Grundzustandsenergie $E_0 =: \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ des skizzierten 1D Systems liege tiefer als der Potentialwert $V_0 =: \frac{\hbar^2}{2m} v_0$ bei $x > a$ ($V = \infty$ bei $x < 0$) . Die Kastenbreite a wurde so eingestellt, daß $\tan(ka) = -1$ ist. Wie hoch ($v_0 = ?$) ist der Wall ?



($\varphi_0(x)$–Verlauf skizzieren, Ansätze rechts/links von a, Anschlußbedingungen, Lösbarkeitsbedingung $\curvearrowright$ v_0)

2) In einer 2D Welt ($\Delta_2 = \partial_x^2 + \partial_y^2 = \partial_\varrho^2 + \frac{1}{\varrho}\partial_\varrho + \frac{1}{\varrho^2}\partial_\varphi^2$) befindet sich ein Teilchen im Oszillatorpotential $x^2 + y^2 = \varrho^2 =: V$. In dimensionslosen Variablen ist also $H = -\Delta_2 + V$.

(a) Daß $\psi = xye^{-\varrho^2/2}$ eine H–Eigenfunktion ist, soll in Polarkoordinaten verifiziert werden.

(b) Wie kann man generell das Eigenwertproblem von H mittels Separation behandeln ? (bis zur Radialgleichung, d.h. dem Teilproblem in der Variablen ϱ).

---

[2] $\Delta = \frac{1}{r}\partial_r^2 r - \frac{\vec{L}^2}{\hbar^2 r^2}$, $\vec{L}^2 Y_{\ell m}(\vartheta,\varphi) = \hbar^2 \ell(\ell+1) Y_{\ell m}(\vartheta,\varphi)$, $n = 1 + \ell + {}_{\text{radialer Knoten}}^{\text{Anzahl}}$, $m = 0, \pm 1, \ldots$ bis ??