PHYSIK

Staatsexamensklausur Lehramt Gymnasium im September 2002

Die nachstehenden 12 Themen bilden ein reichliches Überangebot. Jedes ist 10 Punkte wert. Sie können 6 Themen auswählen und bei sehr guter Bearbeitung derselben die Höchstnote erreichen. Es ist aber auch möglich, sich an Punkten zu orientieren, d.h. mehr als sechs Themen zu bearbeiten. In beiden Fällen entspricht ein „sehr gut“ dem Erreichen von ≥ 50 Punkten.

1.)

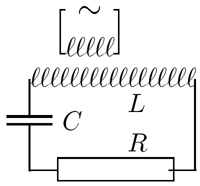
Beugung. Bei Beugung kohärenten Lichts (λ) am Einfachspalt (Breite d) erscheint das erste Nebenmaximum im Winkel ϑ. Welche Konstruktion (Skizze mit Spalt, optischer Achse, . . .) könnte auf $\sin(\vartheta) \approx 3\,\lambda/(2\,d)$ geführt haben ?

Schulversuch: skizzieren Sie einen Aufbau mit 50W-Lampe, Spalt, weiterer Spalt als Beugungsobjekt und Schirm. Welche Abstände müssen Sie einhalten, damit der Versuch gelingt ? Begründen Sie die Kohärenzbedingung, die Sie dabei ausnutzten.

Mit einem He-Ne-Laser und einem 0,2 mm Spalt geht alles viel einfacher. Wie läßt sich die Intensitätsverteilung berechnen ? In welchem Verhältnis stehen die Intensitäten von erstem Nebenmaximum und Hauptmaximum. Welchen Abstand haben die beiden ?

Eine ebene, in z–Richtung polarisierte e.m. Welle fliegt in negative y–Richtung. Welche Kraft $\vec{K}(t)$ erfährt eine am Ursprung festgenagelte Ladung q ?

2.)



Schwingkreis. Wie funktioniert (Worte) die skizzierte Schaltung ? Skizze der Amplitude I_0 der Stromstärke im Kreis als Funktion der Frequenz ω der angelegten Spannung ? Schaltet man die letztere ab, so sind zwei Schwingungstypen denkbar, welche ?

Die Kapazität C eines großen ebenen Plattenkondensators (Fläche F, Abstand d) soll ausgerechnet werden.

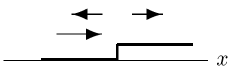
Die Ladung $Q(t)$ auf obigem Kondensator folgt der Differentialgleichung $L\ddot{Q} + \,?\, + \,?\, = U_{\text{angelegt}}(t)$. Welcher Term steht (warum) für welchen Schaltungsteil ? Im Falle $L = 0$ können Sie die Dgl lösen, ohne $U_{\text{angelegt}}(t)$ spezifizieren zu müssen, tun!

3.)

Stromdichten. Aus den Maxwellgleichungen (den mikroskopischen = lokalen = grundsätzlichen – aufschreiben!) folgt die Kontinuitätsgleichung, nämlich wie ? – und wie (grob) gelangt man zur Felder–Energie–Stromdichte $\vec{S} = \varepsilon_0 c^2\, \vec{E} \times \vec{B}$?

Wie erhält man (zu $H = p^2/2m + V(x)$) den Ausdruck $\vec{j} = \frac{1}{2m}\left(\psi^* \vec{p}\psi + \text{c.c.}\right)$ für die Wahrscheinlichkeits–Stromdichte der Quantenmechanik ?

Wie setzen Sie ψ rechts bzw. links an, wenn stationär Teilchen mit $E > V_0$ an der skizzierten Potentialschwelle (Höhe V_0) gestreut werden ? Welche Stromdichten ordnen Sie Ihren Ansätzen zu ?



(Noch Zeit ? Def. des Durchgangskoeffizienten ? Anschlußbedingungen an der Schwelle ?)

4.)

Meßwert–Wahrscheinlichkeit. Zum 1D Kasten, ein Teilchen m enthaltend, mit ∞–hohen Wänden bei $x = 0$ und $x = a$ kann man die stationären Zustände $\varphi_n(x)$ unverzüglich niederschreiben, normieren und die zugehörigen Energie–Eigenwerte E_n angeben. Tun !

Sei nun das System zum Zeitpunkt einer Energie–Messung im Zustand $\psi(x) = A\sin^2(\frac{\pi}{a}x) = A\,\frac{1}{2}\left(1-\cos(\frac{2\pi}{a}x)\right)$ und Null außerhalb $(0,a)$. Normierung gibt $A = \sqrt{\frac{8}{3a}}$ – stimmt das ? Mit welcher Wahrscheinlichkeit P wird die Grundzustands–Energie erhalten ? Natürlich muß $P < 1$ herausgekommen sein : genügt die Weisheit $3\sqrt{3}\,\pi > 16$, um dies einzusehen ? (($\sin^3(\alpha) = \partial_\alpha\left[\frac{1}{3}\cos^3(\alpha) - \cos(\alpha)\right]$))

5.)

Zerfließen. Die beiden Dgln, $i\hbar\dot{\psi} = H\psi$ und Diffusionsgleichung $\dot{T} = D\Delta T$, haben für ihr Anfangswertproblem eine bekannte (je welche ?!) formale Lösung.

Wie „zerfließt“ das Temperatur–Gebirge $T(x,0) = T_0\sin(\kappa x)$ im Laufe der Zeit ?

Aber zu $H = p^2/2m$ zerfließt $\psi(x,0) = A\,e^{ikx}$ gar nicht, sondern entwickelt sich wie ? – woraus die (welche ?) Phasengeschwindigkeit einer Materiewelle folgt.

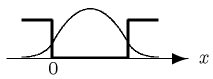
Wie entwickelt sich (zu $H = p^2/2m$) das Wellenpaket $\psi(x,0) = A\,e^{-\kappa|x|}$ ($A = ?$) im Laufe der Zeit ? ((das Resultat darf ruhig noch zwei gewöhnliche Integrale enthalten))

Nach welcher Zeit t_1 reproduziert sich jeder Zustand eines an einen Kreisring (R) gebundenen Teilchens (Trägheitsmoment θ) ? (($H = -\frac{\hbar^2}{2\theta}\partial_\varphi^2$))

6.)

Ehrenfest. $m\,\langle x\rangle^{\bullet\bullet} = \langle\, K(x)\,\rangle$: wie kommt das heraus ? (dabei darf $H = p^2/2m + V(x)$ unterstellt werden.)

Die Grundzustandsfunktion $\varphi_0(x)$ zum skizzierten 1D Kasten (Höhe V_0) sei bekannt. Zur Zeit $t = 0$ wird der rechte Sockel plötzlich entfernt. Mit welcher Beschleunigung beginnt sich die Mitte $\langle x\rangle$ des Pakets zu bewegen ?



Ein bei $x = a$ zentrierter 1D harmonischer Oszillator befindet sich im Grundzustand : $\varphi_0(x) = \text{const}\cdot\,??$ Zu $t = 0$ wird das Parabelpotential ruckartig nach Zentrum Null verschoben. Wie verändert sich nun die Mitte $\langle x\rangle$ des Paketes als Funktion der Zeit ?

7.)

„Atom“. Wäre der Kern eine große, homogen geladene Kugel (R, Ladung e, Thomson–Modell) und ein Elektron ($q = -e$) hätte sich tief im Inneren zurechtzufinden, dann könnte man gut rechnen. Welches Potential $V = q\phi$ läge im Inneren vor ? (das ist Elektrostatik: mit Ansatz gehts am schnellsten).

Sofern das Elektron vom Kugelrand nichts bemerkt, welcher Hamilton–Operator regiert es dann ? Welche stationären Zustände und zugehörige E–Eigenwerte hat es ?

Auch der Kreisring (siehe Ende von Thema 5) ist eine Art Atom. Welche Eigenzustände $\chi_m(\varphi)$ und zugehörigen Energien hat er ? Welche Entartungsgrade haben diese ?

8.)

Elektron im Magnetfeld. Newtons Bewegungsgleichung für eine Ladung q mit Masse m im homogenen, konstanten Magnetfeld $\vec{B} = (0,0,B)$ löst man am besten direkt mit Kreisbahn–Ansatz $\vec{r}(t) = (\,...\,,\,...\,,\,0\,)$, und erhält welchen Zusammenhang von Kreisfrequenz mit B ? Welchen Radius R hat der Kreis zu gegebener Startgeschw. v_0 ?

In linearer Eichung $\vec{A} = (0, Bx, 0)$ wird die Frage nach stationären Zuständen (von $H = ?$) mittels Separation beantwortet. Tun! (Das Restproblem eines verschobenen 1D harmonischen Oszillators brauchen Sie hier natürlich nicht auch noch zu lösen.)

Wie bekommen die Atom–Leute (jetzt auch $V(r)$ in H enthalten) einen $\vec{L} \cdot \vec{B}$–Term zu Papier ? Eichinvarianz der Quantenmechenik : was heißt das ?

9.)

Spin $\frac{1}{2}$. Wie ist $\psi = \begin{pmatrix} i \\ 2 \end{pmatrix}$ zu normieren ? Sei $H = \hbar\omega\sigma^y$ mit $\sigma^y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$. Mit welchen Wahrscheinlichkeiten $P_\pm$ gibt Energie–Messung die Werte $\pm\hbar\omega$? Hat die Summe der beiden P's den gewünschten Wert ?

Spin–Präzession: wie entwickelt sich obiges ψ im Laufe der Zeit weiter ? ((hatten Sie nicht gewisse Koeffizienten bei $P_\pm$ soeben schon bestimmt?)) Wie sieht ψ zur „Halbzeit" $t = \frac{\pi}{\omega}$ aus ?

10.)

Lorentz–Transformation. Wenn man das Vorzeichen von v in der 2×2–Lorentz–Matrix umkehrt, entsteht dann wirklich ihr Inverses ?
$v :=$ Inertialsystem–Relativgeschwindigkeit
$\vec{u} :=$ Geschwindigkeit eines Teilchens

Wie schnell muß eine Rakete (Σ', zu $t = t' = 0$ die Erde passierend, Erde und Rakete punktförmig) fliegen, um $t' = 4\ Uhr$ am Mond zu sein, wenn es dort gerade $t = 5\ Uhr$ ist ? „Uhr" ist hier eine *science fiction*–Zeiteinheit, nämlich $Uhr := \frac{4}{9}\,\mathrm{s}$. Die Erde sitzt bei $x = 0$, aber wo auf der x–Achse ($a =$? in km) ist dann der Mond ?

Wie kann man die Energie–Wurzel $T = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2}$ rasch aufgrund der Invarianz eines Skalarproduktes erhalten ? (falls Sie das so nicht können : wie sonst ?)
Wie geht diese Wurzel bei $c \to \infty$ in bekannte Nichtrelativistik über ?
Und was wird in diesem limes aus $T = \frac{m\,c^2}{\sqrt{1-\vec{u}^{\,2}/c^2}}$?

Gleichsetzen obiger zwei T–Ausdrücke muß auf den bekannten Zusammenhang von $\vec{p}$ mit Teilchengeschwindigkeit $\vec{u}$ führen. Ist es so ? Na gut: welche 4–Vektoren kennen Sie ?

11.)

Dirac–Gleichung : $(i\hbar \not{D} - mc)\psi = 0$. Ohne elektromagnetische Felder wird $\not{D}$ zu $\not{\partial} = \gamma^\mu\,\partial_\mu = \gamma^0\partial_{ct} + \vec{\gamma}\cdot\nabla$. Wie folgt nun hieraus $\Big($ mittels Dirac–Basis $\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$ und $(\vec{a}\,\vec{\sigma})(\vec{b}\,\vec{\sigma}) = \vec{a}\,\vec{b} + i(\vec{a} \times \vec{b})\vec{\sigma}$ $\Big)$ das Spektrum $\pm\sqrt{\;??\;}$ freier Teilchen ?

Mit Feldern ϕ, $\vec{A}$ und Aufteilung von ψ in obere zwei (φ) und untere zwei Komponenten (χ) erhält man (glauben wir das mal):

$$(i\hbar\partial_t - q\phi - mc^2)\,\varphi = c\,(\vec{p} - q\vec{A})\cdot\vec{\sigma}\;\chi$$
$$(i\hbar\partial_t - q\phi + mc^2)\,\chi = c\,(\vec{p} - q\vec{A})\cdot\vec{\sigma}\;\varphi$$

Aber wie führt man nun hiermit den limes $c \to \infty$ aus, um zu nicht–relativistscher Quantenmechanik (Schrödinger–Gleichung mit Spin) zurück zu gelangen ?

12.)

Fermiverteilung : $p_\lambda = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_\lambda - \mu)} + 1}$. Welche Bedeutung haben hierin all diese Buchstaben (einschließlich p_λ selbst) ? Unter welchen Umständen gilt die Fermiverteilung in Strenge ? Herleitung ? Eine Slater–Determinante, was ist das ?

Ein ideales Fermi–System habe nur zwei Einteilchenzustände bei Energie $\varepsilon_0 = 0$ bzw. bei $\varepsilon_1 = \varepsilon$. Damit die mittlere Teilchenzahl $N = 1$ ist, wo muß dann das chemische Potential liegen ? Welche mittlere Energie E hat dann das System ? Welche Werte nimmt E bei Temperatur $\to \infty$ bzw. $\to 0$ an ?