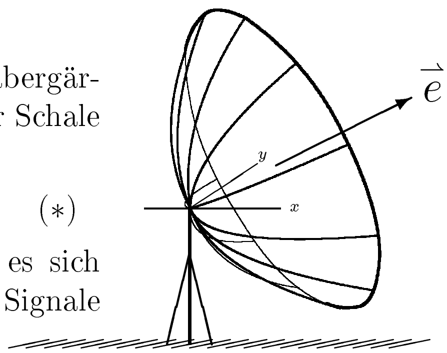
31) Salatschüssel



Unter einem ausgedienten Radioteleskop sind Schräbergärten entstanden. Ein Laubenpieper hat die Gleichung der Schale ermittelt:

$$5x^2 + 5y^2 + 8z^2 - 8xy - 4xz - 4yz = b\,(2x + 2y + z) \qquad (*)$$

Er will nun von uns wissen, um was für eine Fläche es sich wohl handle und aus welcher Richtung $\vec{e}$ die letzten Signale empfangen wurden.

(a) Wir erkennen, daß $(*)$ die Struktur $\vec{r}\,H\,\vec{r} = \vec{a}\,\vec{r}$ hat, notieren H und $\vec{a}$ und gehen zu H den vollen Hauptachsen–„Fahrplan“ durch.

(b) Wie sieht $(*)$ im Hauptachsensystem aus ? Was für ein „...–oid“ ist es also ? Einheitsvektor $\vec{e}\ = ?$ Alle Randpunkte der Schüssel mögen auf der Ebene $\vec{e}\,\vec{r} = c$ liegen. Wenn $b = 300\,\mathrm{m}$ und $c = 4\,\mathrm{m}$, wie weit sind dann die Randpunkte von der Symmetrieachse $\vec{e}$ entfernt ?

$3 + 2 =$ 5

32) $\boldsymbol{x(t)} \ \curvearrowright \ \boldsymbol{K(x)}$

Eine Zeit lang, nämlich zu $0 \leqslant \omega t < 1$, wurde die 1D Bewegung eines Teilchens (m) experimentell verfolgt: $\quad x(t) \ = \ a \ \mathrm{arc}\cos(\omega t) \qquad (\omega,\ a > 0$ und bekannt$)$.
Man weiß auch, daß dabei eine nur von x abhängende Kraft $K_1(x)$ am Werke war.

(a) Welchen Verlauf (Skizze!) hat $\mathrm{arc}\cos(x)$ eigentlich, und welche erste Ableitung ? (vorführen!). Direkt aus der Bewegungsgleichung erhalten wir $K_1(x) = ?$

(b) Mittels Ansatz für $V(x)$ verschaffen wir uns auch leicht das Potential dieser Kraft. Zum gleichen Potential $V(x)$ sollte auch der Energiesatz führen !?

(c) Möge sich, wie ja das Resultat suggeriert, $V(x)$ als gerade Funktion nach links fortsetzen (Skizze !). Mit *Einbettung* im Hinterkopf wird klar, daß nichts Übles an der Gefahrenstelle passiert. Können Sie daraufhin (*challenge*) $x(t)$ auch für $1 < \omega t < 2$ aufschreiben ?

$1.5 + 1 + .5 =$ 3

33) e hoch

(a) Mit konstanter Schubkraft $K_0 =: m\,k_0$ startet ein Ozeandampfer (m) bei $x(0) = 0$ mit $\dot{x}(0) = 0$. Die Reibungskraft in Wasser sei $-m\,\alpha\,v$. 1D Problem. Eindeutigkeitsrahmen für $v(t)$? Wie gewohnt schreiben wir $x(t)$ direkt unter das $v(t)$–Resultat. Mit welcher t–Potenz startet das Gefährt ?

(b) Die Anzahl $N(t)$ der Elefanten eines Nationalparks möge sich streng gemäß

$\boxed{\dot{N} = \alpha\,N - \beta\,N^2 \quad , \quad N(0) = N_0}$ verändern $(\alpha,\ \beta > 0)$. $\ N(t) = ?$

Wie steht es um die ferne Zukunft der Elefanten, d.h. um N bei $t \to \infty$?

$2 + 2 =$ 4

Lösen heißt Vereinfachen — und sich der Spielzeuge zu erinnern: „ $v\dot{v}$, $u + a$, $1/\xi$, $t(v)$, ... “

Die N–Dgl ensteht übrigens, wenn man in $\dot{N} = G\cdot N - S\cdot N$ die Sterberate $S = S_0$ konstant setzt, die Geburtenrate G jedoch am Bestand z.B. von Futterpflanzen orientiert, welcher seinerseits linear mit der Anzahl der Tiere abnehme: $G = G_0 - \beta\cdot N$, so daß $\alpha = G_0 - S_0$. Es sind sehr vernünftige Tiere. Wir haben ein „Weltmodell” auf dem Papier, allerdings ein überaus optimistisches.

Neuer Tutor: CS Christian Sämann Mi. 14^{15} Tutorium, KPHY (=F 342) Uni 762 4836