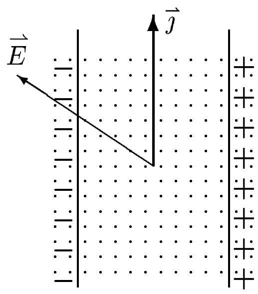
34) Hall–Effekt



$$\boxed{m\dot{\vec{v}} = -m\alpha\vec{v} + q\vec{E} + q\,\vec{v}\times\vec{B} \;\;,\;\; \vec{v}(0) = \vec{0}} \qquad \begin{aligned}\vec{E} &= (0, E, 0)\\ \vec{B} &= (0, 0, B)\end{aligned}$$

Das i–Tupferl auf ein wohlbekanntes Problem : m i t Reibung ! Dank e–Funktion gelingt die Lösung : $\vec{v}(t) = ?$
Nach einiger Zeit hat das Teilchen den Startvorgang vergessen. Es erreicht die konstante Geschwindigkeit $\vec{v}_\infty := \lim_{t\to\infty}\vec{v}(t) = ?$

Das Wichtigste hatte uns schon Übung 27 beigebogen. „$\vec{u}+\vec{a}$" funktioniert auch hier. Aber wir sollten (an die armen Korrektoren denkend) eine einheitliche Notation verwenden :

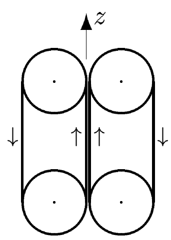
$$\frac{qB}{m} =: \omega \qquad \text{und} \qquad \frac{qE}{m}\,\frac{1}{\alpha^2+\omega^2} =: \eta \qquad\qquad (\,\text{Ob } \vec{a} = \eta\,(\,\omega\,,\,\alpha\,,\,0\,) \text{ herauskommt ? })$$

ER für $\vec{u}$? Welche Form nimmt das Problem an, wenn per $\vec{u} = \vec{w}\,e^{-\alpha t}$ eine weitere *Neue Funktion* $\vec{w}(t)$ eingeführt wird ? ER für $\vec{w}(t)$? Da jetzt zu sehen ist, wie es läuft, kürzen wir etwas ab und sehen nur nach, ob die Behauptung $\vec{w}(t) = -\eta\,(\,\omega c + \alpha s\,,\,\alpha c - \omega s\,,\,0\,)$ zutrifft, $c := \cos(\omega t)$, $s := \sin(\omega t)$. Bleibt nur noch, $\vec{v}(t)$ und $\vec{v}_\infty$ aufzuschreiben. Fertig. Weil arg mühsam, verzichten wir auf $\vec{r}(t)$ „direkt darunter" (es g e h t aber). Bereits $\vec{v}_\infty$ zeigt ja, daß Reibung die Pathologie $\vec{v}\perp\vec{E}$ aufhebt. Wenn viele Teilchen (mit $q>0$, „Löcherleitung" im Halbleiter) im Schwarm so fliegen, dann trifft die obige Skizze zu (ein Punkt ist $\vec{B}$–Feldlinie durch Papier nach oben). 4

35) Reihenanfänge zur Problem–Vereinfachung

Ein Teilchen (m) schwingt eindimensonal im Potential $V(x) = \kappa\,a^2\,\dfrac{\operatorname{ch}\left(\frac{x}{a}\right)-1}{\ln\left[\,\operatorname{ch}\left(\frac{x}{a}\right)\right]}$
Welche Groß–x–Asymptotik hat $V(x)$? Dimensionsprobe !
V ist eine gerade Funktion mit Minimum bei $x=0$. Wie verhält sie sich für $|x| \ll a$? Welche rücktreibende Kraft K_1 herrscht folglich nahe Ursprung, und mit welcher Kreisfrequenz ω führt das Teilchen *kleine Schwingungen* aus ? 3

36) e hoch Matrix



Die skizzierten Keilriemen haben je Masse M und laufen über masselose, reibungsfreie Rollen. Auf der z–Achse berühren sie sich und erfahren dort die Reibungskraft $-M\,\alpha$ mal Relativgeschwindigkeit . Wäre also $v_1 = v_2$, so würden sie ewig vor sich hin schnurren — aber es ist nicht so : siehe die Anfangsbedingung im ER .

Aus v_1 , v_2 werde formal ein Vektor $\vec{v}$ gebildet. Können Sie die Matrix H in $\boxed{\dot{\vec{v}} = -\alpha\,H\,\vec{v}\;\;,\;\;\vec{v}(0) = v_0\binom{1}{0}}$ angeben ?!

(a) Erster Weg : Normierte Eigenvektoren von H ermitteln, $\vec{v} = A(t)\,\vec{f}_1 + B(t)\,\vec{f}_2$ ansetzen, ER's für $A(t)$ und für $B(t)$ aufschreiben, beide lösen, $\vec{v}$ notieren und vereinfachen. $\vec{v}(t\to\infty) = ?$ wirkt nun sehr beruhigend.

(b) Zweiter Weg : Ob man so tun kann, als wäre H eine Zahl ?! Dann kann man ja die Lösung sofort niederschreiben ! Auch $H = 1 - R$ (R wie Restmatrix) ist möglich sowie Abspalten eines Vorfaktors $e^{-\alpha t}$. $R\cdot R = ?$ In der e–Reihe gibt es also nur Terme $\sim R$ und $\sim$ Einheitsmatrix – OK ? – und diese Terme lassen sich separat wieder aufsummieren. Kommt das $\vec{v}$–Resultat von (a) wieder heraus ?

.5 (auf H) + 2.5 + 2 = 5