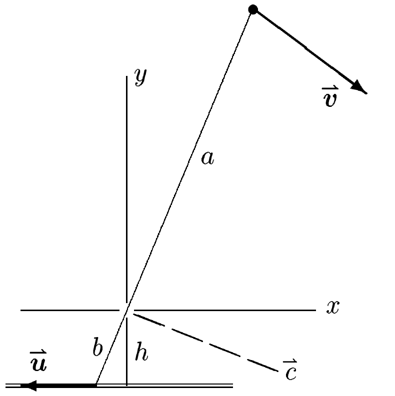


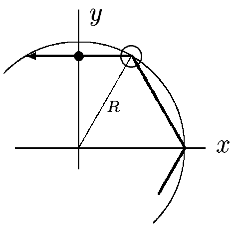
4) Lochkamera. Ein Meteorit wird mit großer Geschwindigkeit v durch die obere Atmosphäre fliegen und dabei den Punkt $\vec{r}_M = (5/12\,,\,1\,)\,H$ in Richtung des Einheitsvektors $\vec{e}_v = (\,4\,,\,-3\,)\,/\,5$ passieren. Man ist vorbereitet, hat ein Loch (= Ursprung) in das Dach eines Labors gebohrt und will am Fußboden ($y = -h$) die Geschwindigkeit u des Lichtflecks messen — natürlich nur eine infinitesimal kurze Zeit lang und im Moment des $\vec{r}_M$–Durchlaufs.
Aus u–Kenntnis soll dann auf v geschlossen werden.

(a) Vorbereitungen. Welchen Abstand $a := r_M$ vom Loch wird der Meteorit haben, welchen Ortsvektor $\vec{r}_{\text{Fleck}} = (\quad,\quad)$ der Fleck und welchen Abstand $b := r_{\text{Fleck}}$ vom Loch ? Vielleicht, man weiß ja nie, ist es nützlich, sich einen dimensionslosen Vektor $\vec{c}$ zu notieren, welcher auf $\vec{r}_{\text{M}}$ senkrecht steht.

(b) *Prinzip* gesucht : „Was gilt hier ?“ und bringt $\vec{v}$ mit $\vec{u}$ in Zusammenhang ? Mit Hilfe der (a)–Resultate entsteht schließlich die gesuchte v–Formel.
Sie enthält H, h und u.

$2 + 3 =$ 5

5) Rundkurs eines Planeten. 2100. Die Astronomen staunen nicht schlecht, als sie die streng sechseckige Bahn eines Planeten um einen neuen Stern entdecken. Im Inneren einer Kugel (R) ist kein Kraftfeld vorhanden, aber ab $R < r$ herrscht eine extrem stark anziehende Zentralkraft. Auf allen Geradenstücken hat der Planet den bekannten gleichen Geschwindigkeitsbetrag v.



An jedem Punkt der Bahn kann man (mit dem dort vorliegenden Ort $\vec{r}$ und der dort vorliegenden Geschwindigkeit $\vec{v}$) das Produkt $\vec{\ell} := \vec{r} \times \vec{v}$ bilden. Wir rechnen es vier mal aus, ganz rechts unmittelbar nach Reflexion ($\vec{\ell}_1$), am eingekreisten rechts–oberen Punkt unmittelbar vor ($\vec{\ell}_2$) und nach ($\vec{\ell}_3$) Reflexion sowie am dicken Punkt auf der y–Achse ($\vec{\ell}_4$) , — und staunen.

Dies war ein Beispiel für *Drehimpuls–Erhaltung* [Herleitung bald], generell gültig bei Bewegung im Zentralkraftfeld mit Zentrum = Ursprung.

Übrigens lassen sich die (idealen) Reflexionsverhältnisse rechts oben im Kreis ○ als Gleichheit zweier Skalarprodukte formulieren — welcher zwei ?

4

6) Vier *quickies*

(a) Die Mittelpunkte der Seiten eines beiliebigen Viereckes sind stets die Eckpunkte eines Parallelogramms. Wie läßt sich dies per Rechnung bestätigen ?

(b) Die dritte Komponente der linken Seite von $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}\,(\vec{a}\,\vec{c}) - \vec{c}\,(\vec{a}\,\vec{b})$ soll ausführlich durch die Komponenten der Konstituenten ausdrückt werden. Wird selbiges (unabhängig davon) auch mit der rechten Seite getan (tun!), so ist die „bac–cab–Formel“ *verifiziert.*

(c) Wenn $a = b$ ist, halbiert der Vektor $\vec{a} + \vec{b}$ den Winkel zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$.
Wie folgt hieraus, daß $\cos(\frac{\alpha}{2}) = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(\alpha)}$ ist ?

(d) Mit bekannter Geschwindigkeit $\vec{v}$ ist ein schnelles geladenes Teilchen (q) senkrecht ($\vec{v} \perp \vec{B}$) durch ein Magnetfeld $\vec{B}$ geflogen, und man hat die Kraft pro Ladung (d.h. die rechte Seite in $\vec{v} \times \vec{B} = \vec{K}\,/q =: \vec{k}$) gemessen. $\curvearrowright$ $\vec{B} = ?$

$.5 + .5 + 1 + 1 =$ 3