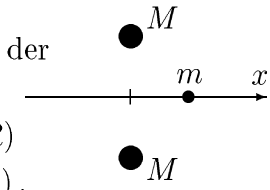
7) *More quickies*

(a) Der Ausdruck $[(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{c})]\cdot(\vec{b}-\vec{c})$ soll vereinfacht werden.

(b) Das Produkt $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\left[(\vec{a}\times\vec{c})\times(\vec{b}\times\vec{c})\right]$ soll vereinfacht werden.



(c) Ein Doppelstern (je M) umkreist die x–Achse. Für die Frage nach der Kraft $\vec{K}=\vec{K}_{\text{oberes}\,M}+\vec{K}_{\text{unteres}\,M}$ auf eine Raumsonde (m) auf der x–Achse ist es unerheblich, ob die Partner kreisen oder bei $(0,0,R)$ und $(0,0,-R)$ „festgenagelt" sind. $\vec{K}(x,0,0)=(\,K_1(x)=?\,,\,0\,,\,0\,)$.

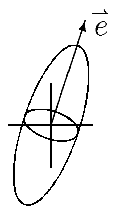
(d) Wie folgt der Sinussatz für ein ebenes Dreieck aus Vektorrechnung ?

(e) *challenge:* Wie folgt der sphärische Kosinussatz aus Vektorrechnung ?

$.5+.5+1+.5+1.5=$ 4

8) Vektorgleichungen.

(a) Ein Massenpunkt m bei $\vec{r}=(7,4,-4)a$ wird mit Geschwindigkeit $\vec{v}=(1,4,-1)u$ weiterfliegen. Wir errichten ein VONS $\vec{f}_j$ auf der Ebene, die den Ursprung enthält und in der m fliegt. $\vec{f}_1$ möge zu m zeigen (also kennen wir es schon). Die Ebenengleichung sei $\vec{f}_3\,\vec{r}=0$. Also finden wir $\vec{f}_3$ und danach $\vec{f}_2$ irgenwie kreuzproduktlich. Wir füllen die $\vec{f}_j$–Komponenten zeilenweise in eine Matrix und berechnen ihre Determinante nach Sarrus.

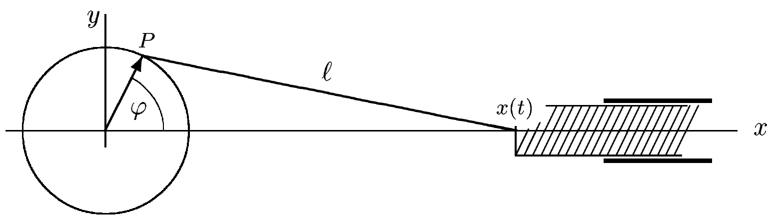


(b) Welche Vektorgleichung legt ein Rotationsellipsoid mit Symmetrieachse $\vec{e}$ fest ?
(Kugel $\rightarrow$ Rotationsellipsoid um z–Achse $\rightarrow$ vektorielle Formulierung, fertig !)

(c) Auch ein schief im Raum hängender Kreis (Mitte $\neq$ Ursprung) hat seine (eine) Vektorgleichung. Welche ?

$2+1+1=$ 4

9) Dampfmaschine.



Ein Schwungrad (R) dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit: $\varphi=\omega t$. Eine Stange (Länge ℓ, $\ell>2R$), die beweglich am Randpunkt $\vec{r}_P=R\,(\,c\,,\,s\,)$ befestigt ist, schiebt das linke Ende eines Kolbens auf der x–Achse hin und her : $x(t)=?$

Etwas Vektorrechnung (bitte nichts anderes!) führt auf das Resultat $x(t)$. Es enthält R, ℓ, c, s. Bis hierher sind c und s eigentlich nur Bezeichnungen für die Komponenten des Einheitsvektors von $\vec{r}_P$. — Aber nun :

Film ab. Welche Geschwindigkeit $\vec{v}_P(t)=\dot{\vec{r}}_P=(\,?\,,\,?\,)$ hat der Randpunkt P ? Insbesondere $\vec{v}_P(\frac{\pi}{2\omega})=?$ Wir gehen der Vermutung nach, daß zur Zeit $\frac{\pi}{2\omega}$ die P–Geschwindigkeit gleich der Kolbengeschwindigkeit $\dot{x}$ sein dürfte. Aber oh, ob wir (noch/schon) differenzieren können ? $\dot{x}(t)=?$ Dimensionsprobe ! Und jetzt erst $\dot{x}(\frac{\pi}{2\omega})=?$ 4

Kinematik, das ist die zeitliche Abfolge von Fotografien. Es ist oft so, daß es genügt, e i n Foto in allgemeiner Situation zu verstehen, um sodann nur noch den Film laufen zu lassen. Wie schnell er läuft, bestimmt der Mensch. Bei Übung 9) gibt er brutal $\varphi=\omega t$ vor. Wenn aber die Natur s e l b e r „w e i ß", wie sie es machen wird, dann sagen wir *Dynamik*.