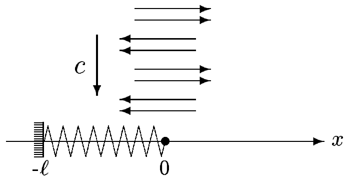
19) Resonanz

Ein geladenes Teilchen $(m,\ q)$ ist an einer Feder $(\,\kappa,\ \ell,\ \kappa/m =: \Omega^2\,)$ befestigt und reibungsfrei auf der x–Achse beweglich. Es hält sich aber zunächst $(t < 0)$ ruhig und gelassen am Ursprung auf. Zur Zeit Null trifft aus dem All eine Lichtwelle ein und zieht nun mit Kraft $K_1(t) = mk\sin(\omega t)$ an ihm herum. 1D Problem. Welcher *Eindeutigkeitsrahmen* spezifiziert diesen „getriebenen 1D harmonischen Oszillator" ?



(a) Wir lösen — natürlich mittels Ansatz — zuerst das Problem ohne Feder (setzen also $\Omega = 0$ im obigen ER). $x_{\text{ohne}}(t) \;=\; ?$

(b) M i t Feder hat das Problem zwei Frequenzen (Ω und ω). Also wird wohl auch Ihr Ansatz zwei Sorten trigonometrischer Funktionen nötig haben. Übrigens: $s := \sin(\omega t)$, $S := \sin(\Omega t)$, $c := \cos(\omega t)$, $C := \cos(\Omega t)$. $x(t) \;=\; ?$
Wie verwandelt sich dieser Ausdruck bei $\Omega \to 0$ wieder in das (a)–Resultat ?

(c) Um zu ergründen, was bei genau $\Omega = \omega$ passiert, setzen wir $\Omega = \omega + \varepsilon$ und gehen im $x(t)$–Resultat ganz vorsichtig mit ε nach Null. Welcher der zwei Terme in $x_{\Omega=\omega}(t)$ führt zu einer „Resonanzkatastrophe" ?

$1.5 + 3 + 1.5 =$ 6

20) Ein Zentralpotential $\boldsymbol{V(r)}$

Das seltsame Kraftfeld von Übung 5) wurde inzwischen genauer untersucht. Damals konnten die Astronomen die kleine Länge ε noch nicht wahrnehmen :

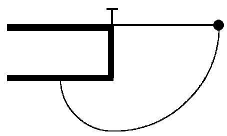
$$\vec{K}(\vec{r}) \;=\; -\alpha\left(\frac{r-R}{\sqrt{(r-R)^2+\varepsilon^2}}+1\right)\frac{\vec{r}}{r}$$

Welches Potential $V(r)$ hat diese Kraft ? (Finger weg von Integralen ! Man findet doch V bequem mittels Ansatz: „wie könnte denn bei . . . diese Wurzel in den Nenner geraten sein ?")
Über einer r–Halbachse skizzieren wir grob–qualitativ den Verlauf von $\vec{K}\cdot\vec{e}_r/\alpha$ zum einen, und jenen von $V(r)/\alpha$ zum anderen.

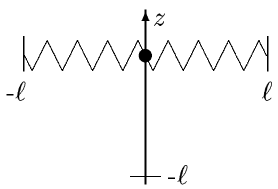
2

21) Vier mal Energiesatz

(a) Ein Pendel $(\ell,\ m)$ wird horizontal ausgelenkt und losgelassen. Mit welcher Geschwindigkeit v prallt es von unten gegen die $\ell/2$ dicke Tischplatte ?



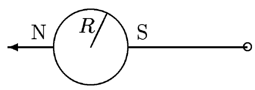
(b)



Masse m zwischen zwei entspannten Federn (je $\kappa,\ \ell$) in Ruhe. Wenn man m losläßt wird sie, so weiß man, bis $z = -\ell$ nach unten schwingen. $\curvearrowright$ $\kappa = ?$

(c) Ein am Südpol befestigter Faden verläuft auf Meridian bis zum Nordpol. Mit welcher Geschwindigkeit v_0 muß eine dort an ihm befestigte Masse m nach oben abgeschossen werden, damit sie die N–S–Achse ganz unten — gerade noch — erneut erreicht ?

„oben"



„unten"

(d) Wieviel Energie wird dem Oszillator von Übung 19 im Falle $\Omega = \omega$ [s. 19) (c)] pro Zeit zugeführt, d. h. $(T + V_{\text{Oszillator}})^{\bullet} \;=\;$ welche Funktion der Zeit ?

$1 + 1 + 1 + 1 =$ 4