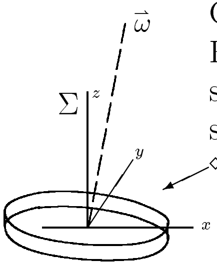
25) Ein System rotiert.



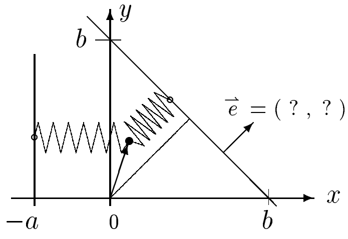
Gesehen im skizzierten Inertialsystem Σ dreht sich eine ringförmige Raumstation mit $\vec{\omega} = \omega\,(0\,,1\,,1)/\sqrt{2}$. Das körperfeste Koordinatensystem fällt zur Zeit $t=0$ mit Σ zusammen. Die Bewohner der Station sind in Sorge, weil sich mit großer Geschwindigkeit ein Gesteinsbrocken nähert. Für seinen Ort ergeben ihre Beobachtungen, daß

$$\vec{r}\,'(t) = -v_0 t \left(\sqrt{2}\,[\,c+s\,]\ ,\ 1+c-s\ ,\ 1-c+s \right) \quad ,$$

wobei $c := \cos(\omega t)$, $s := \sin(\omega t)$ und $t<0$.

Welche Matrix D vermittelt von Σ zum System der Station ? $\mathrm{Sp}(D) = ?$ $\det(D) = ?$ Ist $\vec{\omega}$ wirklich Eigenvektor von D ? Welchen Ortsvektor $\vec{r}\,(t)$ hat der Stein wirklich (d.h. aus Σ–Sicht) ? Mit welcher Geschwindigkeit $v = |\vec{v}\,|$ kommt er näher ? 3

26) 2D anisotropes Potentialminimum



Eine Masse m wird von der Erde angezogen und erfährt Kräfte von zwei gleichen idealen Federn (je κ, ℓ). Deren anderes Ende gleitet reibungsfrei an einer vertikalen Stange bei $x=-a$ beziehungsweise an einem schrägen Führungsdraht durch $(0,b)$ und $(b,0)$. (Bei Federkompression möge der rechte Winkel von Feder zu Stange bzw. zu Draht irgendwie computergesteuert aufrechterhalten werden.)

Welches Potential $V(x,y)$ hat das System ? Welche Parameter a, b sind erforderlich, damit das V–Minimum im Ursprung liegt ? Diese Daten — und das Bedürfnis nach Harmonie — bringen nun $V(x,y)$ auf eine recht angenehme Gestalt. Welche Kraft $\vec{K}$ wirkt auf m an beliebiger Position $\vec{r} = (x,y)$? Schließlich will diese Kraft die Gestalt $\vec{K} = -H\vec{r}$ bekommen, nämlich mit welcher 2∗2–Matrix $H = ?$ 4

27) Ladung in gekreuzten Feldern : $\boldsymbol{q}$ in $\vec{\boldsymbol{E}} \perp \vec{\boldsymbol{B}}$

Zur Zeit $t=0$ befindet sich ein geladenes Teilchen (m, q) am Ursprung gerade in Ruhe. Alsbald wird es aufgrund der konstanten homogenen Felder $\vec{E} = (\,0\,,E\,,0\,)$ und $\vec{B} = (\,0\,,0\,,B\,)$ in der xy–Ebene seine Bahn ziehen.

(a) Wir suchen zunächst nur nach der Geschwindigkeit, bringen also den Rahmen zu Papier, welcher $\vec{v}\,(t)$ eindeutig festlegt. Lösungsidee : gehe per $\vec{v}\,(t) = \vec{u}\,(t) + \vec{a}$ zur neuen unbekannten Funktion $\vec{u}\,(t)$ über und bestimme den konstanten Vektor $\vec{a}$ so, daß das $\vec{E}$–Feld aus der Bewegungsgleichung herausfällt.
ER für $\vec{u}$?! und Lösung $\vec{u}\,(t) = ?$

Wohin zeigt der $\vec{u}\,(0)$–Pfeil (Skizze) und wohin wird er wandern ? Daraufhin — und mit Übung 16 (a) in der Erinnerung — k e n n e n Sie die Lösung $\vec{u}\,(t)$ und dürfen sie (ohne Probe) einfach so hinschreiben. Bei Unsicherheitsgefühl ist natürlich erneute Ansatz–Lösung nicht verboten.
Ob irgendwer sonstwo das Problem auf so elegantem Wege behandelt ? Selbst in Hannover hatte er Jahre gebraucht. In Komponentensprache werden Sie bald sehen, daß es mehrere $\vec{a}$'s gibt. Treffen Sie die einfachste Wahl. Übrigens läßt sich $\vec{a}$ auch rein vektoriell aus seiner ursprünglichen Kreuzprodukt–Gleichung herausschälen. Ebenfalls tun !

(b) Mit $\vec{u}\,(t)$ kennen wir auch $\vec{v}\,(t) = \text{Faktor} \cdot (\quad , \quad)$. Können Sie, zwei Konstanten festlegend, die Aufleitung $\vec{r}\,(t)$ gleich direkt darunter schreiben ?! Wie sieht in der xy–Ebene die Bahnkurve aus (qualitative Skizze), und zu welchen Zeiten t_n berührt das Teilchen die x–Achse ? $3+2=$ 5