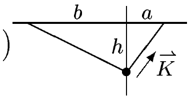
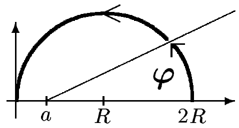
KLAUSUR

2 volle Stunden. Bei $\geqslant$ **10** *Punkten wird der Klausurerfolg garantiert. Bitte Name auf j e d e s Blatt !*

1) Statik. Bei $(0\,,\,-h)$ hängt eine Masse m an zwei Fäden, welche bei $(-b\,,\,0)$ bzw. $(a\,,\,0)$ befestigt sind. Mit welcher Kraft $\vec{K}$ zieht der rechte Faden ?



2

2) 

Der Spalt (Index 0) in der Kapsel eines Leuchtturms (R) rotiert mit ω um die Achse durch $(R\,,\,0)$. $\vec{r}_0(0) = (2R\,,\,0)$, $\vec{r}_0(t) = ?$ Lichtquelle bei $(a\,,\,0)$: welchen Winkel $\varphi(t)$ bildet der Lichtstrahl durch Spalt mit der x–Achse ? $\dot{\varphi} = ?$ Zu $a = 0$ vereinfacht sich $\dot{\varphi}$ stark, nämlich zu ?

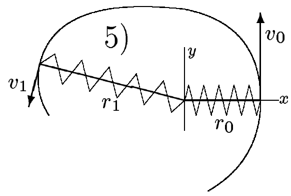
4

3) Postraketen sind lang, koinzidieren 0 Uhr am Heck mit Σ–Ursprung, fliegen mit $v = \frac{3}{5}c$ und liefern stets $t_1' = a/c$ Uhr. Ein Σ–ianer lebt bei $x_1 = a$ (gleiches a) und erwartet ein Paket. Wann ($c\,t_1 = ?$) wird es eintreffen ? Und aus welcher Luke (jene bei $x_1' = a' = ?$) haben die Beamten das Paket abzuwerfen ?

3

4) $\boxed{\dot{v} = -\alpha v + k_0 e^{\beta t}\ ,\ v(0) = 0}$ Welcher *Ansatz* für $v(t)$ könnte dieses Problem lösen? $v(t) = ?$ (Anstelle des Ansatz–Weges dürfen Sie hierzu auch einer anderen Lösungsidee folgen.) Wie verhält sich $v(t)$ bei Start ? (d.h. führender v–Term = ? bei $t \to 0$).

3

5) 

Eine Masse m umrundet den Ursprung, weil sie an einer Feder $(\kappa,\ \ell)$ hängt, deren anderes Ende drehbar am Ursprung befestigt ist. Wie weit $(r_1 = ?)$ entfernt sich m und welche Geschwindigkeit $v_1 = ?$ hat m dort am entferntesten Punkt, wenn es den Zentrum–nächsten Punkt $(r_0 = \ell)$ bei entspannter Feder mit $v_0 = 2\,v_1$ durcheilt ?

3

6) In gekreuzten Feldern $\vec{E} = (0, E, 0)$ und $\vec{B} = (0, 0, B(t))$ soll sich ein Teilchen $(m\,,q)$ mit $\vec{r}(t) = \frac{1}{2}\,a\,(1+\omega t)^2\ (2\,,\,1\,,\,0)$ bewegen (a, ω sind bekannte Konstante).

(a) Das läßt sich realisieren, nämlich mit $B(t) = ?$ und konstantem $E = ?$

(b) Die kinetische Energie $T(t)$ wächst an. Welche Rate $\dot{T} = ?$ folgt direkt aus der Bewegungsgleichung ? Zur Kontrolle ermitteln wir $\dot{T}$ auch via $\vec{r} \to \vec{v} \to T \to \dot{T}$.

3 + 2 = 5

7) $H = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ Ist zu dieser Matrix erst einmal der HT–Fahrplan bis zur 2∗2–Drehmatrix D verfolgt (sie soll Determinante 1 haben), so kann die Bewegungsgleichung $\ddot{\vec{r}} = -\omega^2 H \vec{r} + \omega^2 \vec{a}$, $\vec{a} = \frac{a}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, eines Teilchens ins Hauptachsensystem übertragen und dort gelöst werden. Wie bewegt sich das Teilchen bei Null–Anfangsbedingungen weiter, d.h. wenn man es am Ursprung losläßt : $\vec{r}\,'(t) = ?$

5

8) Newton mit Erdanziehung und Reibung $\frac{-mg\alpha v}{1+\alpha v}$ führte auf $\boxed{\dot{v} = \dfrac{g}{1+\alpha v}\ ,\ v(0) = 0}$.

(a) α ist sehr klein. Welche ersten zwei Terme, $v^{(0)}$ und $v^{(1)}$, liefert Störungsrechnung erster Ordnung in α ?

(b) Exakte Lösung $v(t) = ?$ Reproduziert deren Entwicklung das (a)–Resultat ?

2 + 3 = 5

9) $$J = \lim_{\varepsilon \to +0} \frac{1}{\varepsilon} \int_0^{\varepsilon} dx\ \frac{\sin(x) + \ln(1-x)}{\mathrm{sh}\Big(1 - \mathrm{ch}(x)\Big)} = ?$$

1

Σ 31