40) Schwingungsdauern $\qquad T = 4\sqrt{\frac{m}{2}} \int_0^a dx \, \frac{1}{\sqrt{E - V(x)}}$

Ersichtlich verlangt diese T–Formel, daß $V(-x) = V(x)$ gilt und a der rechte Umkehrpunkt ist. Gegeben $V(x)$ und $a \quad \curvearrowright \quad E = ?$

(a) Test. Zum 1D Oszillator ist $V(x) = \frac{m}{2}\omega^2 x^2$ und es muß unbedingt $T = 2\pi/\omega$ herauskommen. Wie geht es dabei zu ?

(b) Auch zu $V(x) = \beta\,|x|/a$ (Freier Fall durch gravitierende dünne Platte) können wir vorab $T = ?$ angeben und erneut nachsehen, ob auch hier die (unsere) Integrierkunst (schon) richtig funktioniert.

Da bald in Vorlesung hier schon verwendbar: $\int_0^\infty dx\; e^{-x^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$

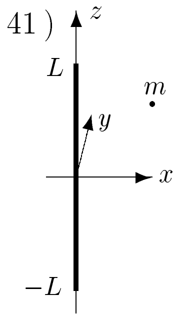
(c) $V(x) = \beta \ln(|x|/a)$ — wie substituieren wir denn hier ? $T = ?$

(d) Und hier ? Die Erde sei $\approx$ punktförmig und auf N–S–Achse (x–Achse) durchbohrt. Ein kosmisches Teilchen (m) schwingt in $(-a, a)$ ständig hindurch: $T = ?$

$1 + 1.5 + 1 + 1.5 = 5$

((Spielerei [Zusatzpunkt]: wenn man $\sqrt{E - V(x)} = t$ substituiert, welche Gestalt bekommt dann (allgemein) obige T–Formel ?))

41) Gravitationspotential eines Stabes



Unendlich viele Massenpunkte dM wurden entlang der z-Achse zu einem dünnen Stab der Masse M und Länge $2L$ zusammengefügt. Wir wissen, wie sich die Potentiale vieler dM zu einem Gesamtpotential addieren — und hatten das Resultat in HÜ 37 schon einmal gesehen:

$$V(\vec{r}) \;=\; \frac{\gamma m M}{2L} \ln\left(\frac{w_+ - z - L}{w_- - z + L}\right) \qquad \text{mit} \qquad \begin{array}{l} w_\pm := \sqrt{(L \pm z)^2 + \varrho^2} \\ \text{und} \quad \varrho^2 := x^2 + y^2 \quad . \end{array}$$

(a) Wie kommt das heraus ?

(b) Translation um L nach oben und anschließender limes $L \to \infty$ (additive V–Konstante kann entfallen, selbst wenn riesengroß werdend) geben das Potential $V_h(\vec{r}) = ?$ eines halb–unendlich langen Stabes. Längs welcher Linien $z(x)$ schneiden die Äquipotentialflächen $V_h = \text{const}$ die Ebene $y = 0$?

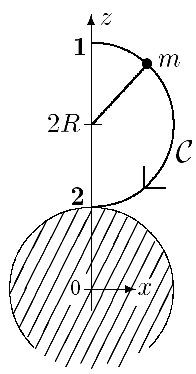
Ganz nebenbei (aber nicht lachen): eine Funktion einer Konstanten ist a u c h eine Konstante.

$2 + 2 = 4$

- Wer nicht per Verschiebe- und λ-Trick vereinfacht, den bestraft das Leben.
- Wer nachsieht und nicht zitiert („[Br.-Nr.]“ genügt), der verliert einen Punkt.
- Wer nicht nachprüft, was er übernommen hat, einen weiteren.
- Dies gilt auch für künftige Übungen — und bis ins Greisenalter.

42) Schiffschaukel — und $\int_{\mathcal{C}} d\vec{r} \cdot \vec{K}$

Schützenfest 3003. Der Kahn (m , punktförmig) wird zunächst gemächlich auf Kreis (R) von $(0, 0, R)$ nach Punkt 1 bei $(0, 0, 3R)$ gefahren. — Und dort gehts nun los. Keine Reibung. Gestänge masselos. Die (positive) Arbeit A , welche die Gravitationskraft am System bis zum Erreichen des Fußpunktes 2 verrichtet, soll explizit als Kurvenintegral ausgerechnet werden. Vorab notieren wir natürlich, was bitteschön dabei herauszukommen hat.



3

- **Abgabe stets am Montag im F 303 v o r Vorlesungsbeginn.**
- **Sofern längst „eingespeist“, genügt auf der Bearbeitung (rechts oben) Ihr NAME u n d NUMMER der Gruppe.**
- **Es sind a l l e Aufgaben zu lösen, und zwar a l l e i n .**
- **Klausur am Samstag , dem 12. 7. 2003 , 11^{oo}–13^{oo} im GPHY.**