

46)

Das skizzierte Achtel (Masse M) einer Glaskugel (R) wurde aus homogenem Material hergestellt. Es hat Volumen $V = ?$ und folglich die Massendichte $\rho = ?$ Wo liegt der Schwerpunkt ($R_1 = ?$, $R_2 = ?$, $R_3 = ?$) des Körpers?

2

Richtig, jedes dieser drei Volumenintegrale müßte zum gleichen Resultat führen. Trotzdem tun! (weil so schön, wenn Ziel vor Augen.)

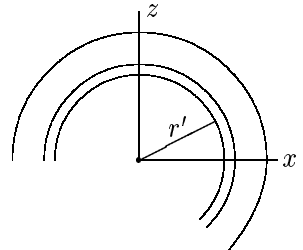
47) Superpositionen

(a) Erde aus Kugelschalen.

Das Potential einer Hohlkugel (R) der Masse M ,

$$V(\vec{r}) = -\gamma m M \left(\frac{\theta(R-r)}{R} + \frac{\theta(r-R)}{r} \right) \quad (*)$$

kennen wir aus der Vorlesung. Schneiden wir nun aus der Erde (konstante Massendichte ρ) die Schale zwischen r' und $r' + dr'$ heraus (Volumen? Masse?), so geht deren Potential dV aus (*) per Ersetzung $M \rightarrow ?$, $R \rightarrow ?$ hervor.



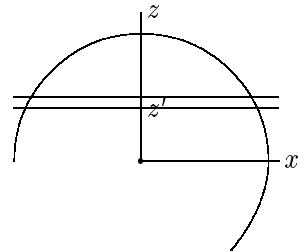
Addition dieser dV 's — zuerst zu $R < r$ (jetzt $R = \text{Erdradius}$) — muß $-\gamma m M / r$ geben. Ist es so? Und zu $r < R$ folgt $V_{\text{innen}}(r) = ?$

(b) Erde aus Scheiben.

Das Potential einer Scheibe (R) der Masse M ,

$$V(0, 0, z) = -\frac{\gamma m M}{R^2} 2 \left(\sqrt{R^2 + z^2} - |z| \right) \quad (**)$$

kennen wir aus Übung 44 (d). Schneiden wir nun aus der Erde (konstante Massendichte ρ) die Schicht zwischen z' und $z' + dz'$ heraus (Volumen? Masse?), so geht deren Potential dV aus (**) per Ersetzung $M \rightarrow ?$, $R \rightarrow ?$, $z \rightarrow ?$ hervor.



Addition dieser dV 's — zuerst zu $R < z$ (jetzt $R = \text{Erdradius}$) — muß $-\gamma m M / z$ geben. Ist es so? Und zu $-R < z < R$ folgt $V_{\text{innen}}(0, 0, z) = ?$

2.5 + 3.5 =

6

48) Acht mal Delta

(a) $\delta(x) = \alpha [\delta(x + \varepsilon) + \delta(x - \varepsilon)]$, $\alpha = ?$

(b) $\delta(x) = \beta \theta(x) e^{-x/\varepsilon}$, $\beta = ?$

(c) 2D, $r = \text{Polarkoordinate}$: $\delta(\vec{r}) = \gamma \delta(r - \varepsilon)$, $\gamma = ?$

(d) 3D, $r = \text{Kugelkoordinate}$: $\delta(\vec{r}) = \kappa \delta(r - \varepsilon)$, $\kappa = ?$

(e) 3D, $\rho = \text{Zylinderkoordinate}$: $\delta(\vec{r}) = \lambda \delta(z) \delta(\rho - \varepsilon)$, $\lambda = ?$

(f) Um $\int dx \delta(x - a) \delta(x - b) \stackrel{?}{=} \delta(a - b)$ zu verifizieren, kann man nachsehen, ob die „definierende Eigenschaft“ für beide Seiten Gleiches liefert

(g) oder für die inneren zwei δ 's die Dartellung aus (b) verwenden und nachsehen, was bei Integration herauskommt (nämlich eine Darstellung der rhs?).

(h) „Kraftstoß“ zur Zeit $t_0 > 0$: $m \dot{v} = p_0 \delta(t - t_0)$, $v(0) = v_0$ $v(t) = ?$

.5 + .5 + .5 + .5 + .5 + .5 + .5 + .5 =

4