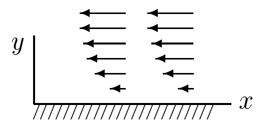
55) **rot $\vec{?}$** $=$ $\overrightarrow{\text{Wirbelstärke}}$



(a) Am Ufer (x–Achse) der Leine nimmt die Wirbelstärke zur Fluß–mitte hin (y–Richtung) ab: $\operatorname{rot}\vec{v} = \vec{e}_3\,\omega\, e^{-y/a}$. $\vec{v}(\vec{r}) = ?$

Ansatz ?! „Beim Aufleiten bleibt doch eine Konstante übrig“ – „?⚡ Wir machen hier S i n n ! “

(b) Inmitten eines großen tiefen Sees. Aus Beobachtung der (sich ständig aufwärts bewegenden) Algen kennt man die Wirbelstärke der dort vorliegenden stationären, quellenfreien und zylindersymmetrischen Strömung: $\operatorname{rot}\vec{v} = g(\rho)\,\vec{e}_\varphi$. $\vec{v}(\vec{r}) = ?$

ρ ist Zylinderkoordinate. Ansatz $\overset{!}{=}$ quellenfrei. Ihr Resultat enthält ein Integral über $g(\rho)$. Aber zu $g(\rho) = \alpha\,\delta(\rho - R)$ wird $\vec{v}$ ganz konkret (innen/außen) und enthält auch hier wieder (See ∞ groß, nachdenken) keine Konstante mehr.

(c) Gratulation ! – Sie haben soeben das Magnetfeld einer Spule (R) ermittelt. Falls nämlich dieser Herr Maxwell mit $\operatorname{div}\vec{B} = 0$ und $\operatorname{rot}\vec{B} = \vec{\jmath}\,/(\varepsilon_0 c^2)$ (Statik) recht hat, dann brauchen wir nur $\vec{v}$ als $\vec{B}$ zu lesen. Welchen Wert hat folglich der Vorfaktor α , wenn in jedem Höhenintervall h ein bekannter Strom I_h in der Zylinderwand umläuft ?

$1.5 + 2.5 + 1 =$ 5

56) Landau — und mit Green mutig nach 4D

(a) Mittels Green hatten wir auf $\boxed{\text{P 18}}$, 4) $x_{\text{sp}}(t) = \frac{1}{\omega}\int_0^t da\ \sin\left[\,\omega(t-a)\,\right]\,k(a)$ erhalten. Es löst offenbar $\boxed{\ddot{x} + \omega^2 x = k(t)\ ,\ \dot{x}(0) = 0\ ,\ x(0) = 0}$. Auch LL's $\partial_t^2 + \omega^2 = (\partial_t + i\omega)\,(\partial_t - i\omega)$ –Methode muß auf dieses x_{sp} führen. Ob wir das können ?!

(b) In der Tabelle findet sich auch der translationsinvariante Operator $\partial_t - D\Delta$. Er wirkt auf $\vec{r}, t$–abhängige Felder. Angewandt auf G muß sich $\delta(\vec{r})\,\delta(t)$ ergeben. $G(\vec{r}, t) \overset{?!}{=} \theta(t)\,\left(\frac{1}{4\pi D t}\right)^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{e}^{-\frac{r^2}{4Dt}}$ nachzuprüfen dürfte reines Differenzieren sein. Tun !

$2.5 + 1.5 =$ 4

57) Weltmodell `III`

Die meisten „Vorräte“, die natürlichen Ressourcen der Erde, können sich regenerieren. In Richtung Realität hat unser pessimistisches Modell `II` eine entsprechende Modifikation nötig: $\dot{V} = -\beta\,(N - N_1)$. Sinkt die Erdbevölkerung unter N_1 , so nimmt V wieder zu. Wir setzen $N_1 = \lambda N_0$ ($N_1 = 4.8$ Mrd. – blauäugig ? – hieße $\lambda = .8$). Der ER von Übung 52) wird damit zwei–parametrig (Nachprüfen sei diesmal unnötig) und ist (wg. Nichtauflösbar–keits–Falle) auf dem dortigen $\boxed{u' = u\cdot(\eta - v)\ ,\ v' = u - \lambda\ ,\ \ u(0) = 1\ ,\ v(0) = 0}$ Wege nicht mehr lösbar. Soso. Dann sei wenigstens das qualitativ Wesentliche herausgearbeitet: Neue Funktion $x(\tau) = \ln(u(\tau))$ (noch Dgl-System) / Dgl zweiter Ordnung für x allein / x-Anfangsdaten / Energiesatz $T + U = E$ mit $U(x) = e^x - \lambda x - 1$, $T = ?$ und $E = ?$ / Minimum $x_0 = ?$ von U / $U(x)$–Skizze zu $\lambda = 0$ / $U(x)$–Skizze zu $0 < \lambda < 1$ mit E–Horizontale und Umkehrpunkten.

Weil wir solche U-Bilder zu „lesen“ verstehen, sehen wir, was qualitativ passiert. Der $N(t)$–Verlauf (bald auf SB) folgt überraschend genau dem Standardlauf der 90–parametrigen Maedows–Studie von 1972 [„Die Grenzen des Wachstums“ rororo Nr. 19510 ist vergriffen. Siehe jedoch (gleicher Titel) Maedows/Maedows/Zahn/Milling und Maedows/Maedows/Randers : „Die neuen Grenzen des Wachstums“ (1993)] .

3

Irgendwo auf diesem Blatt möchten Sie Integrale vertauschen : Fläche malen und ablesen, welche Grenzen sich „andersherum“ ergeben. Wie der Integrand von x, y abhängt, ist dabei egal !

$$\int_0^a dx \int_0^{f(x)} dy \ldots = \int_0^{f(a)} dy \int_{f_u(y)}^a dx \ldots$$