58 ) **div $\vec{?}$ =** Quellenstärke

(a) Die Erde ($M$, $R$) hat $\approx$konstante Massendichte $\rho_{\rm M} = ?$ Die Kraft auf eine Probe–masse $m$ im Erdinneren bestimmen wir „mal schnell" aus $\text{div}\vec{K} = -4\pi\gamma m \rho_{\rm M}$ mittels Ansatz $\vec{K} = (\,xf\,,\,yf\,,\,zf\,)$ (es hätte doch wohl niemand etwas anderes angesetzt ↯) , $f$–Dgl und Variation der Konstanten : $\vec{K}_{\rm innen} = ?$
Zur Kontrolle : folgt $\vec{K}_{\rm innen}$ auch aus unserem Ü.47 –Resultat $V = -\frac{\gamma m M}{R}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2}\right)$ ?

(b) Inmitten des Stillen Ozeans wurde (für alle $z$ ) ein zylindersymmetrisches Quellen–feld realisiert : $\text{div}\vec{v} = g(\rho)$ . Ansatz $\stackrel{!}{=}$ wirbelfrei. Ein bestimmtes Integral noch enthaltend (aber per Argument keine Konstante mehr) : $\vec{v}(\vec{r}) = ?$
Auch zu speziell $g(\rho) = \alpha\,\delta(\rho - R)$ läßt sich $\vec{v}(\vec{r})$ in geschlossener Form angeben.

(c) Sie haben soeben das elektrische Feld eines homogen geladenen Hohlzylinders er–mittelt, denn nach Maxwell, $\text{div}\,\vec{E} = \rho_L/\varepsilon_0$ , brauchen wir nur $\vec{v}$ als $\vec{E}$ zu lesen. Welchen Wert hat $\alpha$ , wenn der Zylinder auf Höhenintervall $h$ die Ladung $Q$ trägt ?
( Vorübergehend heiße die Ladungsdichte $\rho_L$ , um nicht mit $\rho =$ Zylinderkoordinate zu verwechseln.)

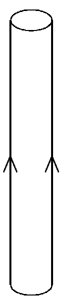
(d) Welches elektrostatisches Potential $\phi$ hat das $\vec{E}$–Feld von (c) im Außenraum ? Welche Spannung $U$ herrscht zwischen Zylinder und einem Punkt bei $\rho = R + d$ ? Es hat (wie wir aus (b) wissen) keinen Einfluß auf $\phi$ , wenn wir dort (bei $R + d$ ) einen zweiten Zylinder mit $-Q$ pro $h$ aufstellen, wo das elektrische Feld wieder „hineinströmt". Jetzt läßt sich die Kapazität $C := Q/U = ?$ eines Zylinderkondensators angeben ! Bei $d \to 0$ sollte $C$ in $\varepsilon_0 \cdot$ Zylindermantel–Fläche$/d$ übergehen. Ist es so ?

(e) Zum Blumenstrauß–Magnetfeld hatten wir auf $\boxed{\text{P 19}}$ 7) nur Wirbelfreiheit verlangt und Koeffizienten ver–knüpft ($\beta = \lambda - 2$). Es muß aber laut Maxwell auch quellenfrei sein. $\curvearrowright$ $\lambda = ?$

$$\frac{1}{\alpha}\vec{B} = \frac{(\lambda - 2)\,z\,\vec{r} - r^2\,\vec{e}_3}{r^\lambda}$$

Übrigens hat das $\vec{E}$–Feld eines elektrischen Dipols a u c h genau diese Blumenstrauß–Form — siehe Physik II und Demtröder 2, (1.25 a). Es muß ebenfalls wirbelfrei (Statik) und (außerhalb Ursprung) quellenfrei sein, nicht wahr. Ist es ja auch !

$1.5 + 2 + .5 + 2 + 1 =$ 7



59 ) Vertikaler dicker Leitungsdraht

Noch einmal zur Rotation – aber gleich mit Maxwell (Statik) unterm Arm : $\text{rot}\vec{B} = \vec{\jmath}/(\varepsilon_0 c^2)$ . Ganz anders als in Übung 55 (b) zeigen jetzt die Wirbel nach oben, $\vec{\jmath} = f(\rho)\vec{e}_3$ , während $\vec{B}$ ... — sich von Ihnen einen Ansatz wünscht (quellenfrei natürlich). Eine Dgl für eine von $\rho$ abhängende Funktion bleibt zu lösen und eine Konstante per Argument festzulegen. Fließt ein bekannter Strom $I$ durch einen verti-kalen Hohldraht ($R$) nach oben, so ist $f(\rho) = (\text{Faktor ?}) \cdot \delta(\rho - R)$ und gibt $\vec{B} = (\text{Funktion von } \rho \text{ ?}) \cdot \theta(\rho - R) \cdot \vec{e}_?$ . 2

60 ) $\boldsymbol{\Delta\frac{1}{r} \;=\; -\,4\pi\,\delta(\vec{r})}$

(a) Auch mit der Einbettung $\chi(r) = \frac{1}{\varepsilon + r}$ läßt sich obiger Zusammenhang gut nachwei–sen. Zuletzt ist dabei per $\int d^3r \ldots$ eine neue $\delta(\vec{r})$–Darstellung dingfest zu machen.

(b) Wenn wir in 2D leben würden, dann wäre $\Delta_2 = \partial_x^2 + \partial_y^2$ unser Laplacian. Wir hätten $\Delta_2\,f(r) \;\stackrel{?}{=}\; \frac{1}{r}\,\partial_r\,r\,\partial_r\,f(r)$ zu zeigen (tun!) und uns an das Coulomb–Potential $\sim \ln(r)$ zu gewöhnen, denn daß $\Delta_2 \ln(r)$ eine Null gibt (eine mit ?↯), sehen wir im Kopf.

(c) Wir erwarten, daß $\Delta_2 \ln(r) = \lambda\,\delta(\vec{r})$ gilt. Um den Faktor $\lambda$ zu ergründen, sind Sie nun frei (endlich mal!), Ihre eigene Einbettung zu erfinden.

$1.5 + .5 + 1 =$ 3