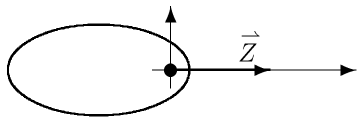
67) Vier mal Kepler

(a) 65 Tage vergehen (behauptet PB 13 / 3) beim Sturz der plötzlich auf Null abgebremsten Erde in die Sonne. Mittels $T^2 \sim a^3$ wird dies zum Halbzeiler! (Zum 365–Tage–Rundkurs ist $a = R$ die große Halbachse. Aber die ∞ dünne Ellipse nach Abbremsung hat $a = ?$ $\curvearrowright \ldots$)

(b) *Lenz*–Vektor. Wir schreiben die Bewegungsgleichung des Planeten als $\dot{\vec{v}} = \ldots$ auf, kürzen $\vec{r} \times \vec{v} =: \vec{\ell}$ ab und gehen der Behauptung nach, der Vektor $\vec{Z} := \vec{v} \times \vec{\ell} - \gamma M \dfrac{\vec{r}}{r}$ würde sich zeitlich nicht ändern. — ? ! —

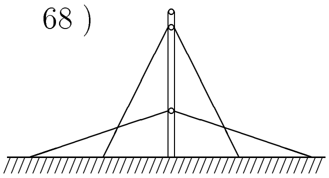


(c) Schnellweg zur Kepler–Ellipse. $\ell^2 = \vec{\ell} \cdot (\vec{r} \times \vec{v})$ ist eine Konstante. Wird rechts der Lenz–Vektor $\vec{Z}$ ins Spiel gebracht, so steht auf einmal $r = \dfrac{p}{1 + \epsilon \cos(\varphi)}$ auf dem Papier — nämlich zu $p = ?$ und $\epsilon = ?$

(d) Alles über Kepler kann aus der bekannten allgmeinen Formel $\varphi(r) = \varphi(0) + \int_{r(0)}^{r} \cdots$ gewonnen werden. Hier sind wir faul und lassen einen Asteroiden (m) bei $\vec{r}(0) = (a, 0)$ mit $\vec{v}(0) = (0, v_0)$ so weit weg (und so schnell) starten, daß es auf Anziehung nicht mehr ankommt: $\gamma = 0$. Das Integral läßt sich „schlachten“ und gibt $\varphi(r) = ?$ Ist dies wirklich die Polarkoordinaten–Darstellung der erwarteten Bahnkurve ?

$1 + 1 + 1.5 + 2.5 =$ 6

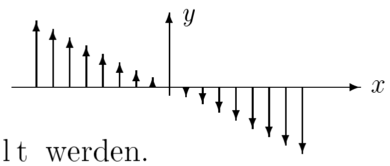
68) Malerleiter



Die beiden Teile der skizzierten Leiter haben je Masse M und bekanntes (auf Schwerpunkt bezogenes) Trägheitsmoment I (= das hier involvierte Hauptträgheitsmoment). Sie stehen zunächst senkrecht: Höhe $2a$, Schwerpunkt je bei $(0, a)$. Aber nach winziger Erschütterung beginnen die unteren Enden auf dem ideal gebohnerten Fußboden reibungsfrei zu gleiten. Mit welcher Geschwindigkeit v_G schlägt das (∞ kleine und masselose) Gelenk auf dem Boden auf ?

2

69) Zwei mal Maxwell



(a) Das elektrische Feld $\vec{E} = \alpha\,(\,0\,,\,-\,t\,x\,,\,0\,)$ soll in einem größeren Raumbereich h e r g e s t e l l t werden. Welches Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r}, t)$ wird den Vorgang mindestens begleiten ? Bei Problemen dieser Art haben Sie bitte Mitleid mit der Hersteller–Firma und treffen ggf. die einfachst–mögliche Wahl. Mit welcher Stromdichte $\vec{\jmath}\,(\vec{r}, t)$ ist der Raum zu erfüllen ? Übrigens will der gestrenge Herr Maxwell stets a l l e seine vier Gleichungen befragt wissen.†

(b) Werden $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und $\vec{B}(\vec{r}, t)$ zu einem komplexwertigen Feld $\vec{\psi} := \varepsilon_0 c \left(\vec{E} + ic\,\vec{B} \right)$ zusammengefaßt, welche „Welt–Anfangsbedingung“ erfüllt dann $\vec{\psi}(\vec{r}, t)$ und welcher Bewegungsgleichung folgt es ? Wie folgt die Conti aus diesen beiden $\vec{\psi}$–Gleichungen ? Im Vakuum, wo per def. $\rho \equiv 0$ und $\vec{\jmath} \equiv \vec{0}$ ist, gehorcht $\vec{\psi}$ der Schrödinger–Gleichung — nämlich mit Hamilton–Operator $H = ?$

$2 + 2 =$ 4

† Die Firma liefert einen Kasten, der das gewünschte $\vec{\jmath}$ erzeugt, aber kein $\vec{E}$ entstehen läßt. Wo Sie doch alles richtig gerechnet hatten. Es i s t auch richtig! in dem betrachteten Raumbereich nämlich. Lediglich ist bitte a u c h $\vec{B}(t)$ herzustellen. Was von ρ, $\vec{\jmath}$ *verursacht* wird, liegt im R^3 mit Null–Forderung am Rand des Weltalls eindeutig fest. Aber ein endlicher Bereich hat Außenraum, in dem ggf. weitere Qellen liegen müssen. Reklamation! Zurück kommt ein Kasten mit seitlich bei $x = \pm a$ angebrachten stromführenden Platten. Nun klappts. — Nicht beunruhigen lassen ! (und hierzu nix tun)