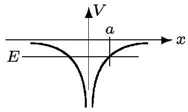
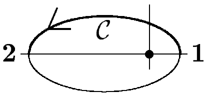
KLAUSUR

2 volle Stunden. Bei $\geqslant$ **9** *Punkten wird der Klausurerfolg garantiert. Bitte Name auf j e d e s Blatt !*

1) Eine Masse m, bei $x = a$ losgelassen, schwingt im Potential $V(x) = -V_0\,(a/x)^2$ hin und her — mit welcher Periode $T = ?$ (2)



2) $r(\varphi) = \frac{p}{1+\epsilon\cos(\varphi)}$ ist die Kepler–Ellipse in Polarkoordinaten. Welcher (negative) Potential–Unterschied $V_1 - V_2$ besteht zwischen den Punkten 1 und 2 ? Nachdem $\vec{r}(\varphi)$ notiert ist $[\,c := \cos(\varphi)\,,\ s := \sin(\varphi)\,]$, rechnen wir das Arbeit–Kurvenintegral A über den oberen Weg $\mathcal{C}$ von 1 nach 2 explizit aus. (4)



3) Die „Blumenstrauß“–Stromdichte $\vec{\jmath} = \alpha\,\dfrac{3\,z\,\vec{r} - r^2\vec{e}_3}{r^5}$ erfülle den ganzen Raum. Wieviel Ladung fließt pro Zeit außerhalb eines Kreises R durch die xy–Ebene nach unten ? (Fläche S ist also die xy–Ebene o h n e die innere Kreisfläche.) (2)

4) Für kugelsymmetrisch verteile Masse $\rho(r)$ hatten wir uns die Gravitationspotential–Formel $V(r) = -\gamma m 4\pi\,\left[\,\frac{1}{r}\int_0^{\cdots}\ldots + \int_{\cdots}^{\infty}\ldots\,\right]$ erarbeitet. Aus Dimensionsgründen können Sie jetzt die Punkte unverzüglich ersetzen. Sei nun speziell $\rho(r) = \dfrac{\alpha}{r^2}\,\theta(R-r)$: Gesamtmasse $M = ?$ $\quad V_{\text{innen}}(r) = ?$ $\quad V_{\text{außen}}(r) = ?$ $\quad \Delta\,V_{\text{innen}}(r) = ?$ (3)

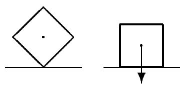
5) Ein Reibungsproblem wurde auf dimensionslose Variable umgeschrieben : $\boxed{\ddot{x} = -2\,\dot{x}^2/x\ ,\ \ \dot{x}(0) = 1\ ,\ \ x(0) = 1}$. Besonderheit der Dgl ? Lösung $x(t) = ?$ (3)

6) Welche für $t < a$ verschwindende Greensche Fkt. $G(t,a)$ hat der Operator $L = t\,\partial_t - 1$? G verhilft nun zu einer (welcher?) speziellen Lösung x_{sp} der Dgl $t\dot{x} - x = t^2$. Probe! (3)

7) $\dfrac{1}{2+\partial_x}\,\text{ch}(x) = ?\qquad \mathrm{e}^{-\alpha\,x^2\partial_x^2}\,x^3 = ?\qquad \mathrm{e}^{tD\Delta}\,\frac{\cos(2kr)}{r} = ?\qquad \mathrm{e}^{\vec{r}\cdot\nabla}\,r^2 = ?$ (3)

8) Im Inneren $(\rho < R)$ eines ∞–langen Zylinders um die z–Achse liege die konstante Ladungsdichte $\rho_L = \varepsilon_0\,\alpha$ vor. $\vec{E}$ und Potential $\phi(\rho)$ im Inneren ? (egal wie und was zuerst) (3)

9) Ein Würfel (M , I , Kantenlänge a, Schwerpunkt in der Mitte) steht ruhig auf der Kante. Diese beginnt nun auf dem ideal glatten Fußboden zu gleiten. Geschwindigkeit v des Schwerpunktes bei Aufschlag des Würfels ? (2)



10) In einem Raumbereich soll das Magnetfeld $\vec{B} = (\,0\,,\,0\,,\,B_0\,e^{-\omega t}\,)$ h e r g e s t e l l t werden. Zum Beispiel welche Felder $\vec{E}$, ρ , $\vec{\jmath}$ begleiten es mindestens ? (3)

11) Zwei Plattensender stehen sich gegenüber: $\vec{\jmath} \sim \vec{e}_3\,[\,\delta(x+a) + \delta(x-a)\,]\,\cos(\omega t)$. Skizze! Wellen des einen durchdringen ungestört den anderen. Für welche Werte von a bleibt der ganz–rechte Raum (rechts von der rechten Platte) völlig $\vec{E}$–Feld–frei ? (2)

12) Wie läßt sich aus der Fourier–Reihe $\text{ch}\Big(\alpha\,\left[\,\frac{2x}{L} - 1\,\right]\Big)_{\substack{\text{in }(0,L)\\ \text{per. sonst}}} = \sum_n \frac{\alpha\,\text{sh}(\alpha)}{\alpha^2+n^2\pi^2}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\frac{2\pi}{L}x}$

die L–periodische Deltafunktion „herausmelken“ ? Falls Sie zur *rhs.* eine Idee haben, wird dann wirklich (im gleichen limes) auch die *lhs.* zu $\delta_{\text{per}}(x)$? (3)

13) 3D. Welche Fourier–Transformierte $\widetilde{T}(\vec{k})$ hat die Verteilung $T(\vec{r}) = T_0\,\dfrac{a}{r}\,\mathrm{e}^{-\frac{r}{a}}$? (3)

$\sum$ 36