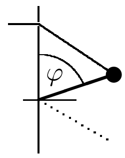
Rechenmethoden der Physik
WS 2004/05

KLAUSUR

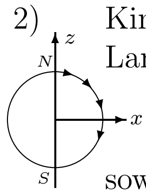
Universität Hannover
29. Januar 2005

2 volle Stunden. Bei $\geqslant$ **10** *Punkten wird der Klausurerfolg garantiert. Bitte Name auf j e d e s Blatt !*
Kein Handy ! Kein Taschenrechner !

1) Statik. An einem durch $(0,\ell)$ geführten Faden wird ein mathematisches Pendel $(m\,,\,\ell\,)$ wie eine Zugbrücke (Winkel φ) herab gelassen. Mit welchem Kraft–Betrag $K(\varphi)$ zieht der Faden? Können Sie vorab $K(0)$ und $K(\pi/2)$ angeben? Weil der Faden nur $\sqrt{3}\,mg$ aushält, reißt er bei Winkel $\varphi_0 = ?$ 3



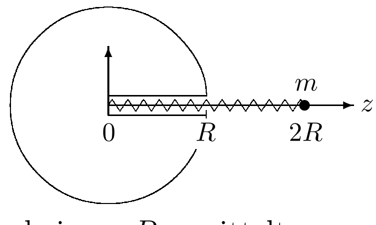
2) Kinematik. Ein Flugzeug umrundet die Erde (R) mit v_0 auf einem Längenkreis der Landkarte. Es passiert den Nordpol mit $\vec{v}(0) = (v_0, 0, 0)$. Ohne Erdrotation wäre also $\vec{r}_{\text{ohne}}(t) = ?$ sein Ortsvektor (mit $\omega := ?$). Gesehen aus Inertialsystem (Ursprung = Erdmitte) rotiert aber die Erde mit Ω , so daß $\vec{r}\,(t) = ?$ ist, sowie $\vec{v}\,(t) = \dot{\vec{r}} = ?$ Welchen Wert hat v^2 bei Überfliegen des Äquators? 3



3) $f(1+\varepsilon) = 2\varepsilon + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$, $f(xy) = f(x)\,[\,y^2 - f(y)\,] + x^2 f(y)$ $\curvearrowright$ $f'(x) = ?$ und $f(x) = ?$ 2

4) Ein getriebener Oszillator: $\boxed{\ddot{x} = -\,\omega^2\,x + \alpha\,\omega\,t - 2\,\alpha\,\mathrm{sh}(\omega t)\ ,\ \dot{x}(0) = v_0\ ,\ x(0) = 0}$.
Welcher Ansatz könnte dieses Problem lösen? Und was kommt heraus: $x(t) = ?$ 4

5) Eine ideale Feder mit $\kappa = \gamma m M/(2\,R^3)$ und $\ell = 2R$ erstrecke sich (wenn entspannt) vom Mittelpunkt der Erdkugel (R) bis nach $z = 2R$. Eine Masse m, bei $z = 2R$ aus Ruhe losgelassen, wird also unter Feder-Kompression die Erdoberfläche mit Geschwindigkeit $v = ?$ erreichen. Aus $V(z) = ?$ werde die dritte Komponente der Kraft auf m bei $z = R$ ermittelt. 3



6) Im homogenen Magnetfeld $\vec{B} = (\,0\,,\,0\,,\,B\,)$ bewegt sich eine Punktladung q zwar mit konstantem Geschwindigkeits–Betrag $v = v_0$. Aber der Winkel φ der $\vec{v}$–Richtung nimmt stärker als $\sim t$ zu. Der Grund: das Objekt sendet $\perp\ \vec{v}$ neutrale Teilchen aus (wie bei der „Wildwest–Eisenbahn“), so daß die Masse per $m(t) = m_0\,e^{-\gamma t}$ abnimmt. Wie ändert sich der $\vec{v}$–Winkel mit der Zeit? d.h. $\varphi(t) = ?$ zu z.B. $\varphi(0) = 0$. 3

7) Eine Masse m bewegt sich 3D im Potential $V = \alpha\,(x^2 + 3y^2 + 6z^2 + 4yz\,) = \alpha\,\vec{r}\,H\,\vec{r}$ mit $H = ?$ Nachdem der HT–Fahrplan bis H' , D verfolgt wurde, kann die m–Startposition $\vec{r}\,(0) = a\,(\,0\,,\,\sqrt{5}\,,\,\sqrt{20}\,)$ im neuen System angegeben werden: $\vec{r}\,'(0) = ?$ Dort losgelassen, wird m schwingen: es genügt jetzt, V in gestrichenen Koordinaten zu notieren, um die Kreisfrequenz $\omega = ?$ angeben zu können. 5

8) Kleine Schwingung in $V(x) = \kappa\,a^2\,f\!\left(\frac{x}{a}\right)$ mit $f(s) = \dfrac{1 + \ln\,[\,\mathrm{ch}(s)\,]}{\sqrt{8\cos(s) - 4}}$: $\omega = ?$ 2

9) Der Faktor λ in $\boxed{\dot{v} = -\,\lambda\,v^3\ ,\ v(0) = v_0}$ sei sehr klein. Wir behandeln das Problem
(a) in Störungsrechnung bis mit λ^2 , bestimmen also $v^{(0)}$, $v^{(1)}$ und $v^{(2)}$, (2 von 3 Punkten, wenn ohne $v^{(2)}$)
(b) exakt, entwickeln die exakte Lösung bis mit λ^2 und freuen uns beim Vergleich mit (a).
$3 + 2 =$ 5

10) $J = \displaystyle\int_0^{2\pi} dx\ \sin(x)\,\Big[\,\cos(x) + \sin(x) - 2\pi\,x + x^2\,\Big] = ?$ („Hauptsatz“ verboten) 1

$\sum$ 31