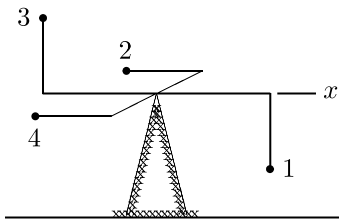
13) Schützenfest



Die Lösung $\vec{r}(t) = (\, RC - \varrho sS \,,\, RS + \varrho sC \,,\, -\varrho c\,)$ zur Übung 11 (c) gefällt den Schaustellern sehr. Sie setzen $\varrho = R$ und $\Omega = \omega$ (so daß $S = s := \sin(\omega t)$ und $C = c$ ist) und bauen es auf: $\vec{r}(t) \;=\; R\,\left(c - s^2 \,,\, s + s\,c \,,\, -c\right)$.

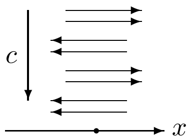
(a) Etwas skeptisch, ob das gut geht, bilden wir $\dot{\vec{r}} =: \vec{v}$ und $\ddot{\vec{r}} =: \vec{a}$. Deren Betragquadrate v^2, a^2 lassen sich wundersam vereinfachen ($\sim$ zahl $\pm$ (trig + zahl)^2), so daß sich die Extrema $v^2_{\max}$ und $a^2_{\max}$ a b l e s e n lassen. Wenn $R = \sqrt{10}\,m$ und $\omega = \sqrt{5}\,s^{-1}$, wie rasant ($v_{\max}$) wird es dann? Wieviele g sind auszuhalten ? An welcher der numerierten Stellen wird es so „bedrückend“ ? ($\sqrt{50} \approx 7$, $g \approx 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$)

(b) Um $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ zu überprüfen (mit obigem $\vec{r}$), setzen wir $\vec{\omega}$ additiv zusammen aus $\vec{\omega}_1$ („Erd“–Drehung um z-Achse) und aus der Drehung $\vec{\omega}_2(t)$ um die sich zeitlich ändernde „Karussell“–Achse. Kommt das bei (a) erhaltene $\vec{v}(t)$ wieder heraus ?!

$4 + 1 =$ 5

Bis hierher wurde den Massenpunkten vorgeschrieben, wie sie sich zu bewegen haben. Aber in der Natur tun sie es von selbst!

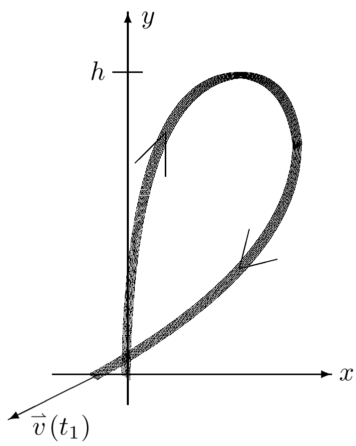
14) Lichtwelle — 1D Newton mit $K(t)$



Ein geladenes Teilchen (Masse m) gleitet zunächst reibungsfrei und kräftefrei auf der x–Achse mit $v_0 > 0$ vor sich hin und erreicht zur Zeit $t = 0$ den Ursprung. Ab jetzt aber wird es ständig von einer senkrecht einfallenden ebenen elektromagnetischen Welle getroffen, so daß es die Kraft $K(t) = -m\,k\,\sin(\omega t)$ erfährt. Wir vervollständigen den Eindeutigkeitsrahmen (kurz: ER) $\boxed{\ddot{x} = -\,k\,\sin(\omega t)\;,\;\; \dot{x}(0) = \qquad,\;\; x(0) = \qquad}$, erhalten mittels Ansatz die Lösung $x(t)$ des Problems und können nun sagen, welche Startgeschwindigkeit v_0 erforderlich war, damit das Teilchen eine harmonische Schwingung ausführt.

3

15) Fußball — 2D Newton mit $\vec{K}(t)$



Ein Ball (m) startet bei $\vec{r}(0) = (\,0\,,\,0\,)$ mit Geschwindigkeit $\vec{v}(0) = (\,0\,,\,v_0\,)$. Er wird von starkem Seitenwind wechselnder Richtung erfaßt, so daß zusätzlich zur Erdanziehung auch noch die Kraft $\vec{F} = mg\,(\,1 - \lambda\,t\,,\,0\,)$ auf ihn wirkt, wobei $\lambda = 3g/(2v_0)$ sei.

Zu welcher Zeit t_0 erreicht er welche größte Höhe h ?
Wann (t_1) und wo ($x(t_1)$) kehrt er zur Erde zurück?
Und welche Geschwindigkeit $\vec{v}(t_1)$ hat er dann?
Die nebenstehende Skizze ist qualitativ nicht ganz richtig: korrigieren Sie sie!

4

∗ Wer sich weigert, mit ER's zu arbeiten, den bestraft das Leben.
∗ Integrale sind uns (noch) unbekannt, hier unrentabel und darum zu diesem Blatt verboten.
((Wie könnte es mit Integralen laufen ? Am Ende hätte man sie auszuwerten. W i e eigentlich, falls das überhaupt möglich ist, — mittels Ansatz ! Aha. Na dann doch lieber gleich. Sobald übrigens $\vec{K}$ auch von $\vec{r}$ abhängt, ist es ohnehin aus mit einem blinden „Integrale darüber werfen“. Aber Ansätze funktionieren weiterhin .))