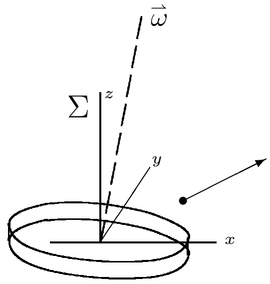
22) Rotierende Raumstation



Astronauten möchten die Winkelgeschwindigkeit $\vec\omega = \omega\,\vec e$ ihrer ringförmigen Station ermitteln. Sie schießen dazu ab Ursprung = Zentrum eine Leuchtkugel ins All und beobachten ihren Ort :

$$\vec r\,'(t) = v_0\,t \begin{pmatrix} \sqrt{2}\,(c+s) \\ 1+c-s \\ 1-c+s \end{pmatrix} \qquad \text{mit} \qquad \begin{array}{l} c = \cos(\omega t) \\ s = \sin(\omega t) \end{array} .$$

Daß es sich bei ω um den Betrag der gesuchten Winkelge–schwindigkeit handelt, ist den Leuten sofort klar. Sie beginnen jedoch darüber zu streiten, ob die Entfernung der Kugel etwas mit ω zu tun hat.

(a) Nanu, so etwas erledigt sich doch durch Ausrechnen : $|\vec r\,'| = ?$

(b) Die Achsen des körperfesten Systems Σ' der Station mögen zu $t = 0$ mit jenen des skizzierten Inertialsystems Σ zusammenfallen. Zu $\vec r\,' = D\vec r$ wissen wir Dreierlei. 1. In Σ hat die Leuchtkugel konstante Geschwindigkeit, so daß $\vec r = v_0\,t\,\vec a$ gilt mit zeitlich konstantem (und dim.losem) Vektor $\vec a$. 2. $D = c\,1 + (1-c)\,\vec e \circ \vec e - s\,\vec e\times$ 3. In der Gleichung $\vec r\,' = D\vec r$ ist (nach beidseitigem Streichen von $v_0\,t$) Koeffizientenvergleich möglich: Terme mit c müssen sich kompensieren, ebenso Terme mit s und ebenso Terme ohne c oder s $\curvearrowright$ welche drei Gleichungen ? $\vec e = ?$

(c) Achse $\vec e$ und Drehwinkel ωt bekannt — welche neun Elemente hat also die Drehmatrix D ? $\mathrm{Sp}(D) = ?$ Stehen z.B. der zweite und der dritte Spaltenvektor wirklich senkrecht aufeinander ?

(d) Nun kann $\vec a$ auf zwei Weisen erhalten werden, via $D^T\vec r\,'$ oder aus den drei Gln. bei (b). Wählen Sie den bequemer erscheinenden Weg. Ist $|\vec r| = |\vec r\,'|$ erfüllt ?

$.5 + 2 + 1.5 + 1 =$ 5

23) Nebelkammer — q in $\vec B$ mit v^2–Reibung

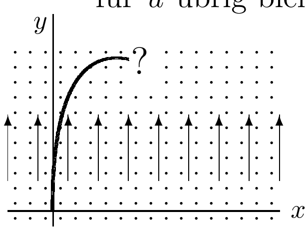
Wenn ein Proton im Magnetfeld durch Gas fliegt, dürfte Reibungskraft $\sim -v^2$ einigermaßen realistisch sein. Wir setzen also $\vec F = -m\lambda v\vec v$. Nur und genau diese Abwandlung erfährt nun der Text von Übung 17) (b) . ER für $\vec v(t)$, Ansatz und Lösung $\vec v(t) = ?$ Mit der 17)–(b)–Lösung als „Fahrplan“ wird die Angelegenheit recht einfach.

2

24) Ladung in gekreuzten homogenen Feldern $\vec B \perp \vec E$.

Ein geladenes Teilchen (q, m, zu $t=0$ bei $\vec r(0) = \vec 0$ mit $\vec v(0) = \vec 0$) erlebt ein Magnetfeld $\vec B = (\,0\,,\,0\,,\,B\,)$ und ein elektrisches Feld $\vec E = (\,0\,,\,E\,,\,0\,)$ (E und B positiv konstant).

(a) Zuerst notieren wir natürlich den ER für $\vec v$. Durch Abspalten eines konstanten Vektors $\vec a$ kann nun per $\vec v = \vec u + \vec a$ zu einer neuen unbekannten Vektorfunktion $\vec u(t)$ übergegangen werden. Wir bestimmen $\vec a$ so, daß ein möglichst einfacher ER für $\vec u$ übrig bleibt, nämlich ? Lösung $\vec u(t) = ?$ — und folglich $\vec v(t) = ?$



(b) Durch komponentenweises Aufleiten erhalten wir auch $\vec r(t)$. In Parameterdarstellung (Parameter t) ist damit die in der xy–Ebene liegende Bahnkurve des Teilchens bekannt. Sie soll grob qualitativ skizziert werden (Überraschung?!). Zu welchen Zeiten t_n berührt das Teilchen die x–Achse ?

$3 + 2 =$ 5