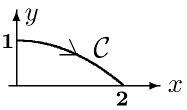
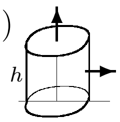
2 volle Stunden. Bei $\geqslant$ **9** *Punkten wird der Klausurerfolg garantiert. Bitte Name auf j e d e s Blatt !*

1) Welche Arbeit $A = ?$ wird die konstante Erdanziehung an einem Stein (m) auf Wurfparabel $\mathcal{C}$ verrichten? ($\vec{r}_1 = (0, h)$, $\vec{v}_1 = (v_0, 0)$, $y_2 = 0$) Wie kommt A bei expliziter Auswertung des Kurvenintegrals heraus? 2

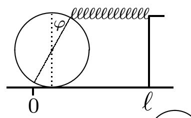


2) 

Ladung strömt durch den Raum: $\vec{\jmath} = \alpha\,(2\,r^2\,\vec{e}_3 - z\,\vec{r}\,)$. Welcher Strom I_{mant} fließt durch den Mantel eines Zylinders (R, von $z = 0$ bis $z = h$) mit z–Achse als Symmetrieachse? (($I_{\text{mant}} < 0$)) Und welcher (I_{deck}) durch seinen Deckel? 4

3) Der lineare Operator $L = \partial_t + 2\,t$ ist nicht translationsinvariant. Welche allgemeine Greensche Funktion $G(t, a)$ hat er? (Ob sich hier z.B. Variation der Konstanten gut eignet?) 3

4) Am Gipfelpunkt $(0, 2R)$ einer Walze (R, M, I), welche auf rauher Unterlage rollen kann, wurde eine entspannnte Feder (κ, ℓ) befestigt. Welche hinsichtlich kleiner Schwingungen vereinfachte Gesamtenergie $E(\varphi, \dot{\varphi})$ hat das System? Per ∂_t folgt seine (welche?) Bewegungsgleichung. Mit welcher Kreisfrequenz ω schwingt es? 2



5) Ein Teilchen (m) umrundet den Ursprung im Potential $V(r) = \alpha\, r^2$ mit Drehimpuls L. Bei welchem Abstand r_0 ($r_0^4 = ?$) hat das effektive Potential $V_{\text{eff}}(r)$ sein Minimum? Mit welcher Kreisfrequenz ($\omega^2 = ?$) führt m auf dem Fahrstrahl kleine Schwingungen aus? 3

6) Totalreflexion. Teilchen (m) mit $(v_1, v_2, 0)$ von links kommend in $V(\vec{r}\,) = U\,\theta(x)$, $U > 0$. Obwohl $\frac{1}{2}mv^2 > U$ gilt, kann es bei $v_1 < ?$ den rechten Halbraum nicht erreichen. 1

7) Ist das Feld $\vec{B} = 2\,r^2\,\vec{e}_3 - z\,\vec{r}$ quellenfrei? Ob es etwa Eigenfunktion des Operators $\vec{r}\cdot\nabla$ ist? Welches Vektorpotential $\vec{A}$ hat es folglich gemäß $\vec{A} = -\vec{r} \times \dfrac{1}{2 + \vec{r}\cdot\nabla}\,\vec{B}$? Erhält man nun per $\nabla\times$ wieder das angegebene $\vec{B}$ zurück? 4

8) Eine mit Q geladene Metallkugel (R) rotiert mit $\vec{\omega} = \omega\,\vec{e}_3$ um $\vec{e}_3$. Weil wir $\rho(\vec{r}\,) = \ldots\,\delta(r - R)$ kennen, sowie $\vec{v}$ aller Ladungsanteile als Starr–Körper–Geschwindigkeit, ist auch $\vec{\jmath}\,(\vec{r}\,) = ?$ klar. Dazu schreibt sich das Vektorpotential ($\int d^3r'$–Version) als $\vec{A} = \vec{e}_3 \times \vec{J}$ mit $\vec{J} = ?$ Weil es „nur von $\vec{r}$ weiß", gilt $\vec{J} = f(r)\,\vec{r}$ mit $f(r) = \vec{J}\cdot\vec{r}/r^2$. Wie erhält $f(r)$ die Gestalt $\text{Vorfaktor}(r)\cdot\int_{-1}^{1} du\ \ldots$? — Genug! (Rest dann im August) 4

9) Ein größerer Raumbereich eines Mediums (D) befindet sich zur Zeit $t = 0$ auf der kugelsymmetrisch verteilten Temperatur $T(\vec{r}, 0) = T_0\,\dfrac{1}{\kappa\, r}\,\text{sh}(\kappa r)\,\text{ch}(\kappa r)$. $T(\vec{0}, 0) = ?$ $T(\vec{r}, t) = ?$ Wann ($t_1 = ?$) wird am Ursprung die Temperatur $2\,T_0$ erreicht? 3

10) Das elektrische Feld $\vec{E} = \alpha\ (x\,z\,,\, y\,z\,,\, -x^2 - y^2\,)$ soll h e r g e s t e l l t werden. Für welche Ladungen und Ströme ρ, $\vec{\jmath}$ ist im entsprechenden Raumbereich zu sorgen? 3

11) Wird $\nabla \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}$ durch eine ebene em. Welle mit allgemeinem $\vec{k}$ wirklich erfüllt? 1

12) $T(x, 0) = \alpha\,\delta\Big(x - \frac{L}{2}\Big)$ in $(0, L)$, L–periodisch sonst. Welche Fourier–Koeffizienten c_n hat diese Start–Temperatur? Wie sieht ihre Zukunft $T(x, t)$ aus? Bei $x = \frac{L}{2}$ und ganz am Anfang sinkt T wie $T(\frac{L}{2}, t \to 0) \to \alpha\,/\sqrt{4\pi D\,t}$ — wie kommt das heraus? 2

13) 3D. Zur kugelsymmetrischen Verteilung $T(\vec{r}\,) = T_0\;\theta(r - R)\,\dfrac{1}{\alpha\, r}\,e^{-\alpha\, r}$ soll die Fourier–Transformierte $\widetilde{T}(\vec{k}\,) = ?$ ermittelt werden. Sie ist reell: wie eliminieren sich alle i's? 3

$\sum$ 35