PRÄSENZÜBUNG

Blatt 15

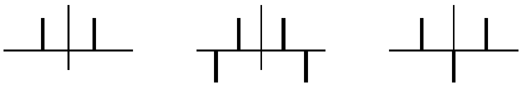
Rechenmethoden der Physik

1) Falls die Wunderformel $T = 4\sqrt{\frac{m}{2}}\int_0^a dx\,[E - V(x)]^{-1/2}$ stimmt, sollte sie zum 1D harmon. Oszillator (m, ω, $V(x) = ?$) auf $T = 2\pi/\omega$ führen. $E = ?$ Trick und Substitution ?

2) Eine Halbkugel (R, homogene Massendichte ρ_0) liegt auf der x–y–Ebene: $M = ?$ $R_3 = ?$ Das $\int d^3r$ für MR_3 werten wir (a) in Zylinder– und (b) in Kugelkoordinaten aus.

3) Fünf mal Delta. (a) $\delta(x) = \alpha\,\theta(x)\,e^{-x^2/\varepsilon^2}$, $\alpha = ?$

(b) In die drei Skizzen (**|** bedeutet δ) soll je die antisy. Stammfunktion eingemalt werden:



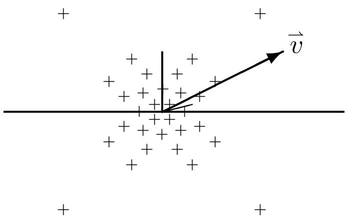
(c) 2D: $\delta(\vec{r}) = \eta\, e^{-r^2/\varepsilon^2}$, $\eta = ?$

(d) Aus $x/\sqrt{1+x^2}$ soll eine Stufenfunktions–Darstellung werden!?

(e) Daß $-x\,\delta'(x) = \delta(x)$ gilt, machen wir uns vorab plausibel durch M a l e n. Überintegration zeige, daß auch der Faktor stimmt.

4) Nicht ärgern, bitte, falls die folgende „dicke" ehem. Hausübung nicht ganz in die P–Zeit passen sollte.

Gewitterwolke. Nach Blitzschlag fliegt eine positiv geladene Wolke mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v} = (v_1\,,\,0\,,\,v_3)$ nach rechts–oben weiter ($v_3 > 0$). Ladungs– und Stromdichte erfüllen den Raum:



$$\rho(\vec{r},t) = \left(\frac{b}{\sqrt{\pi}\,a}\right)^3 \mathbf{e}^{-\frac{(\vec{r}-\vec{v}t)^2}{a^2}} \quad , \quad \vec{j}\,(\vec{r},t) = \rho(\vec{r},t)\cdot\vec{v} \quad .$$

(a) Welche Gesamtladung Q hängt zur Zeit $t = 0$ im Raum ?
(Verschiebetrick $\curvearrowright$ gleiches Q auch zu jeder späteren Zeit — ?)

(b) Welcher Strom $I(t)$ — als ebenes Flächenintegral auszuwerten — fließt durch die Ebene $z = 0$?

5) $I = \int_0^\infty du\, u^2\, e^{-u^2} = ?$ Läßt sich mit der Idee $-\partial_\alpha J(\alpha)\,|_{\alpha=1}$ etwas anfangen?