Uni
Hannover
SS 2005

PRÄSENZÜBUNG

Rechenmethoden der Physik

Blatt **17**

1) Green von $L = (\partial_t + \gamma)^2$: • Ist L ein translationsinvarianter Operator?
- In der SB–Tabelle wird $G(t) = \theta(t)\, t\, e^{-\gamma t}$ behauptet. Nachprüfen!
- Zweifel am Nullsetzen von $t\,\delta(t)$: „es folgt doch ein weiteres ∂_t !?" — $\partial_t\, t\,\delta(t) = ?$
- Sei G die bei $t < 0$ verschwindende spez. Lö.: G–Herleitg. per Landau–Trick und Malen
- Welche Physik haben wir hier eigentlich behandelt?

2) Bei Übung 47 war $\frac{1}{r}\,\partial_r^2\, r\, V(r) = 4\pi\gamma m\, \rho(r)$ herausgekommen. Und nun, oh, haben wir $V(r)$ vergessen. Wir suchen die spezielle Greensche Funktion von Δ_r , welche bei $r < a$ verschwindet. Bereich ist $0 < r, a < \infty$. Auf welches spezielle $V_{\text{sp}}(r)$ führt G? Und dies i s t bereits das vergessene† Wunschresultat, denn — ? —

3) Aus dem Dgl–System
$$\dot{x} = a\,x - c\,x\,(x+y) \qquad (1)$$
$$\dot{y} = b\,y - c\,y\,(x+y) \qquad (2)$$
soll eine einzige Dgl zweiter Ordnung für $x(t)$ werden. Wie ist vorzugehen?

4) Selektion. Das Darwin–Problem mit den Dgln von **3)** ist viel zu schön, als daß der Kurs 2005 daran vorübergehen könnte. $x :=$ Anzahl weißer Schafe, $y :=$ Anzahl schwarzer. $x(0) = y(0) = x_0$. $G - S = a_{\text{bzw.}}b - c\,(x+y)$, denn je mehr Tiere $x + y$, so weniger gutes Weideland, so größer beider Sterberate. Wegen Hitzschlag–Anfälligkeit ist S der schwarzen Schafe geringfügig höher: $2cx_0 < b \lesssim a$. [vollst. Lösung s. PB 17/3, hier nur:]
- Falls $y \to 0$ bei $t \to \infty$, dann erreichen die weißen Schafe die Anzahl $x_\infty = ?$
- Falls x bei irgendeinem Wert x_∞ sättigt, welche Langzeit–Asymptotik hat dann $y(t)$?

5) Rekapitulationen: E–Satz zu $m\ddot{\vec{r}} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$ **;** $V_{\text{eff}}(r)$ **;** Raketengleichung **;** Trägheitstensor–Definition **;** $\curvearrowright\ I = ?$ **;** Reihenanfänge **;** Euler–Formel **;** ρ, $\vec{\jmath}$ von Punktladung.

---

† Auf Blatt 16 stand
$$V(r) = -\gamma\, m\, 4\pi \left(\frac{1}{r} \int_0^{?} \ldots + \int_{?}^{\infty} \ldots \right) \qquad (*)$$
und die Punkte ließen sich bereits aus Dimensionsgründen ersetzen:
V muß ρ linear enthalten, also gehört $\rho(r')$ unter die Integrale. $[\,\rho\,] =$ Masse durch Länge^3. Die runde Klammer muß M/Länge werden. Somit gehört $dr'\, r'^2\, \rho(r')$ unter das erste und $dr'\, r'\, \rho(r')$ unter das zweite Integral. Ergo
$$V(r) = \gamma\, m\, 4\pi \left(-\frac{1}{r} \int_0^{r} dr'\, r'^2\, \rho(r') - \int_r^{\infty} dr'\, r'\, \rho(r') \right)$$