Uni
Hannover
SS 2005

PRÄSENZÜBUNG Blatt 20

Rechenmethoden der Physik

1) Sechs mal Gradient, nämlich von $\phi = \ y\ ,\ yz\ ,\ \frac{1}{r}\ ,\ \vec{E}\,\vec{r}\ $ ($\vec{E} = \overrightarrow{\text{const}}$) , $\vec{r}\,H\,\vec{r}$ und $\vec{a}(\vec{b}\times\vec{r})$

2) $\vec{A}(\vec{r}) = \vec{r}$: Pfeile malen! $\text{rot}\,\vec{A} = \ \vec{?}$ Aber $\vec{A} = f(z)\,\vec{r}$ hat $\text{rot}\,\vec{A} = ?$

3) Drei der sechs ebenen berkeley–Strömungen (Sonderblatt in Empfang nehmen) sind wirbelfrei — welche? Und vier der sechs sind quellenfrei — welche? Zu Bild **c** geben wir eine möglichst einfache Strömung $\vec{v} = \omega\ (\ ?\ ,\ ?\ ,\ 0\ )$ an und rechnen $\nabla\times\vec{v}$ aus.

4) Eine Wasserströmung mit Wirbelstärke $\vec{e}_3\,\alpha\,x$ soll angegeben werden.

! **5)** In einem Raumbereich inmitten eines tiefen Sees liegt eine stationäre, quellenfreie und zylindersymmetrische Strömung vor. Aus dem beobachteten $\vec{\omega}$ von Algen (die sich ständig nach oben bewegen) wird auf $\text{rot}\vec{v} = \alpha\,\delta(\rho - R)\,\vec{e}_\varphi$ geschlossen. Ansatz für $\vec{v}(\vec{r})$?! ... (Konstante? der See ist ∞ groß! Sie haben soeben das Magnetfeld einer Spule ermittelt.)

6) $d\vec{v} = \vec{v}(\vec{r} + d\vec{r}) - \vec{v}(\vec{r})$ mit Eleganz. 1D: die Wirkungsweise $T_a f(x) = f(x+a)$ hat bekanntlich der Operator $T_a = e^{\cdots?\cdots}$. Sein Analogon in 3D ist logischerweise $T_{\vec{a}} = ?$ Also ist $\vec{v}(\vec{r} + \vec{a}) - \vec{v}(\vec{r}) = (\text{ welcher Operator })\,\vec{v}(\vec{r}) = \ \ldots + \mathcal{O}(a^2)$. Der bezüglich $\vec{v}$–∇–Vertauschung antisymmetrische Anteil von $d\vec{v}$ (wir bleiben bei $\vec{a} := d\vec{r}$) ist also $d\vec{v}_{\cap} = ?$ und kann als (welcher Vektor) $\times\,\vec{a}$ geschrieben werden.
