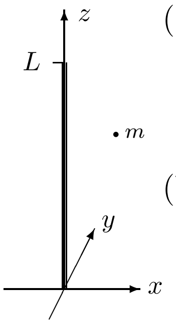
40) Gravitationspotential eines Stabes



(a) Welches gewöhnliche Integral liefert das Potential $V(\vec{r})$ der Kraft, die auf eine Probemasse m in der Umgebung eines Stabes wirkt? Der Stab erstrecke sich auf der z–Achse von 0 bis L sei $\approx \infty$ dünn und habe konstante lineare Massendichte σ. $x^2 + y^2 =: \rho^2$. $V(\vec{r}) = ?$

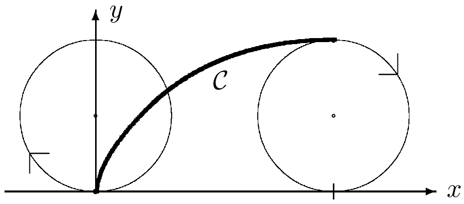
(b) Lassen wir die Länge L anwachsen, so sollte das im WS bei Ü. 36 angegebene $V(\vec{r}) = \gamma\, m\, \sigma \ln(\sqrt{z^2+\rho^2} - z)$ entstehen. Ist es so? (begründen!) Dieses Grenzfall–V hat hübsch einfache Äquipotentialflächen (:= jene, auf denen V überall den gleichen Wert hat), nämlich welche?

$1.5 + 1.5 =$ 3

Nebenbei (aber nicht lachen): eine Funktion einer Konstanten ist a u c h eine Konstante. Weniger „nebenbei“: wer Verschiebe– und λ–Trick nicht nutzt, den bestraft das Leben. Wer Tabelle gebraucht und nicht zitiert, verliert einen Punkt. Wer das per–∂–Nachprüfen eines Tabellen–Integrals nicht vorführt, einen weitereren!

41) Zykloide

Die skizzierte Bahn $\mathcal{C}$ wird vom Randpunkt eines Rades (R) durchlaufen, das die x–Achse entlang rollt. Weil $\mathcal{C}$ bei jeder Winkelgeschwindigkeit des Rades entsteht, dürfen wir sie konstant $=: \omega$ setzen. $\vec{r}(t) = R \cdot (\ ?\ ,\ ?\ )$



Bei Teil (a) bis (d) empfiehlt sich $\omega t =: \tau$ als Parameter der Kurve, und natürlich $\sin(\tau) =: s$ etc.

(a) Welche Länge L hat das Kurvenstück $\mathcal{C}$? (Bronstein sagt $L = 4R$. Ob das stimmt?)

(b) Wenn eine Masse m mit viel Schwung ab Ursprung entlang $\mathcal{C}$ die Höhe $2R$ erreicht, nimmt ihre kinetische Energie ab: das System mußte Arbeit verrichten. Wie wertet sich das Arbeit–Kurvenintegral A längs $\mathcal{C}$ explizit aus?

(c) Welche Fläche F liegt im Intervall $(0\,,\, \pi R)$ unter der Kurve $\mathcal{C}$?

(d) Jemand hat F aus Sperrholz (ρ := konstante Masse/Fläche) hergestellt. Wie hoch liegt der Schwerpunkt des Brettes, d.h. $R_2 = ?$

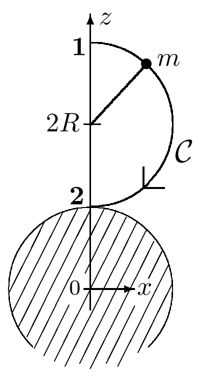
(e) Ob es sich bei $\mathcal{C}$ etwa um die Bahn einer Ladung (m, q) in den Feldern $\vec{E} = (0, E, 0)$, $\vec{B} = (0, 0, B)$ handelt? Statt in alten WS–Mappen zu wühlen, sehen wir besser direkt nach, ob $\vec{r}(t)$ Newtons Bewegungsgleichung löst. Welche Winkelgeschwindigkeit ω und welchen Radius R hat also „das zugehörige Rad“ ?

$2 + .5 + 1 + 1.5 + 1 =$ 6

42) Schiffschaukel 5005

Der Kahn (m , punktförmig) wird zunächst gemächlich auf Kreis (R) von $(0, 0, R)$ nach Punkt 1 bei $(0, 0, 3R)$ gefahren. Und dort gehts nun los. Keine Reibung. Gestänge masselos. Die (positive) Arbeit A , welche die Gravitationskraft am System bis zum Erreichen des Fußpunktes 2 verrichtet, soll explizit als Kurvenintegral ausgerechnet werden.

Vorab (v o r a b!) notieren wir natürlich (t u n!), was für A dabei herauszukommen hat.



3

- **Abgabe Ihrer Bearbeitung stets am M o n t a g vor Vorlesungsbeginn im Bahlsen–Saal.**
- **Bitte notieren Sie vorn oben rechts überdeutlich die Nummer der Gruppe ! — und natürlich Ihren Namen. Falls nicht schon im WS „eingespeist“, benötigen wir einmalig auch Vorname, MNr und Studienfach.**
- **Es sind a l l e Aufgaben zu lösen, und zwar a l l e i n.**
- **Klausur am Samstag, dem 9. 7. 2005 11^{oo}–13^{oo} im GPHY.**
- **Übungsschein, wenn die Klausur bestanden ist und $\geqslant$ 40% Hausübungs–Punkte erworben sind.**