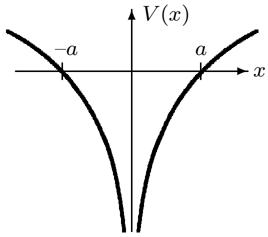
43) Schwingungsdauer $\qquad T = 4\sqrt{\dfrac{m}{2}}\int_0^a dx\,\dfrac{1}{\sqrt{E - V(x)}}$ $\quad$ (a = rechter Umkehrpunkt)



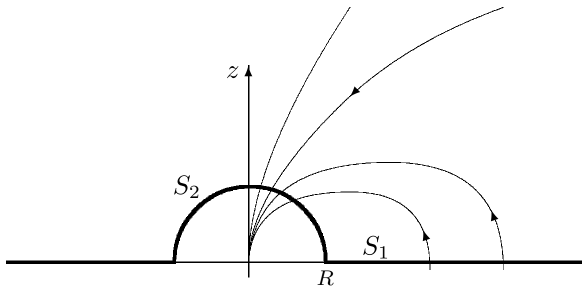
(a) Auch Kurzfassen will geübt sein. Wie die obige Periode T (hier für $V(-x) = V(x)$ geltend) herauskam, das werde auf e i n e r Zeile rekapituliert.

(b) $V(x) = m\,v_0^2 \ln\!\left(\dfrac{x^2}{a^2}\right)$: $\quad E = ?\quad$ Trick und Substitution ? $\quad T = ?$

(c) Welchen zeitlichen Mittelwert $\overline{V} = ?$ hat das Potential bei (b) ? — woraufhin wir sofort auch notieren können, welche kinetische Energie $\overline{T} = ?$ das Teilchen im Zeitmittel hat. $\qquad .5 + 1.5 + 2 = 4$

(Keine Sorge: den Ursprung passiert das Teilchen ganz besonders schnell. Nebenbei, es kommt $T = 2a\sqrt{\pi}/v_0$ und $\overline{V} = -mv_0^2$ heraus. *Der Weg ist das Ziel*.)

44) Strom I durch Fläche S



Überall in der oberen Atmosphäre möge Ladung fließen, und zwar mit der Stromdichte

$$\vec{\jmath} = \alpha\,\frac{r^2\,\vec{e}_3 - 3\,z\,\vec{r}}{r^5} \quad .$$

Weil sich dabei nirgends Ladung anhäuft ((was sich im Mai per „$\nabla\cdot\vec{\jmath} \equiv 0$“ noch erweisen wird)) , sollte der Strom I_S durch die gesamte Fläche $S = S_1 + S_2$ schlicht Null sein.

(a) Wir rechnen zuerst den Anteil I_1 durch die R–Kreis–gelochte (und ansonsten unendliche) x–y–Ebene aus (Flächenintegral, „außen“ ist oben).

(b) Um den Anteil I_2 durch die R–Halbkugel–Oberfläche S_2 („außen“ ist außen) explizit als Oberflächenintegral auszuwerten, empfiehlt sich die Polarkoordinaten–Parametrisierung $\vec{r}(\rho,\varphi) = (\,\rho c\,,\ \rho s\,,\ \sqrt{R^2-\rho^2}\,)$ aus der Vorlesung. $\qquad 1 + 2 = 3$

(Kaum hat sich $\vec{\jmath}$ unter einem flächigen Integral eingefunden, schon verlangt letzteres, $\vec{\jmath}$ zu vereinfachen. Nur an Punkten auf der Ebene bzw. auf der Kugel wird ja $\vec{\jmath}$ befragt. Die dünnen Linien der Skizze können auch Feldlinien eines Magnetfeldes $\vec{B}$ sein [Stichwort: magnetischer Dipol].)

45) Neun mal Delta

(a) $\delta(x) = \alpha\,[\,\delta(x+\varepsilon) + \delta(x-\varepsilon)\,] \quad , \quad \alpha = ?$

(b) $\delta(x) = \beta\,e^{-|x|/\varepsilon} \quad , \quad \beta = ?$

(c) Welche Darstellung der Stufenfunktion $\theta(x)$ läßt sich aus $\mathrm{th}(x) := \mathrm{sh}(x)/\mathrm{ch}(x)$ zimmern ? mit (per ∂_x) welcher $\delta(x)$–Darstellung im Gefolge ?

(d) Über welche definierende Eigenschaft (einen Positions–Parameter a und ein f enthaltend) sollte $\delta'(x)$ festgelegt werden ?

(e) $\delta(x-\varepsilon) - \delta(x+\varepsilon) = \gamma\,\delta'(x) \quad , \quad \gamma = ?$

(f) 2D , r = Polarkoordinate : $\delta(\vec{r}) = \kappa\,\delta(r-\varepsilon) \quad , \quad \kappa = ?$

(g) 3D , r = Kugelkoordinate : $\delta(\vec{r}) = \lambda\,\delta(r-\varepsilon) \quad , \quad \lambda = ?$

(h) 3D , ρ = Zylinderkoordinate : $\delta(\vec{r}) = \tau\,\delta(z)\,\delta(\rho-\varepsilon) \quad , \quad \tau = ?$

(i) „Kraftstoß“ zur Zeit $t_0 > 0$: $\boxed{m\dot{v} = p_0\,\delta(t-t_0) \quad , \quad v(0) = v_0}$ $\quad v(t) = ?$

$.5 + .5 + 1 + .5 + .5 + .5 + .5 + .5 + .5 = 5$