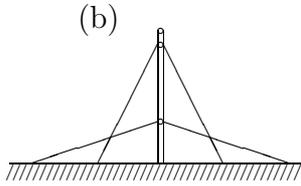


52) Rotationsenergie

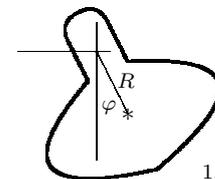
- (a) Der am Ort mit ω rotierende TT-Ball ($M, I := I_{\text{pn}}, R$) rollt nach Nadelstich mit $v = RI\omega / (MR^2 + I)$ davon [Ü. 25 (b)]. Wie rekapituliert sich dies auf einer Zeile? Eine Portion $\Delta T = ?$ kinetischer Energie hat sich dabei in Wärme verwandelt. (Natürlich ist ΔT durch die Vorgaben R, M, I, ω auszudrücken. Und $\Delta T > 0$ will zu sehen sein.)



- (b) Die beiden Teile der skizzierten Malerleiter haben je homogen verteilte Masse M , Hauptträgheitsmoment I ($:= I_{\text{pn}}$) und Länge $2a$. Sie stehen zunächst senkrecht. Nach winziger Erschütterung beginnen die unteren Enden auf dem ideal gebohnerten Fußboden zu gleiten. Mit welcher Geschwindigkeit v_G schlägt das (∞ kleine und masselose) Gelenk auf dem Boden auf? ($v_s := |\text{Schwerpkt. Geschw.}|$)

- (c) Wir legen uns ein Malerleiter-Teil auf die x -Achse seines PN-Systems und rechnen I aus. Damit wird das (b)-Resultat zu $v_G = \sqrt{6ga}$. Ob das sogar stimmt?

- (d) Die φ -Bewegungsgleichung des skizzierten physikalischen Pendels (R, M, I_{pn}) soll sich ergeben, indem wir den Energiesatz aufschreiben, ihn durch $\varphi, \dot{\varphi}$ ausdrücken und dann ∂_t darauf anwenden.



1.5 + 2 + .5 + 1 = 5



Wir bleiben bescheiden eindimensional und lassen die skizzierten drei Atomkerne ($m_1 = m, m_2 = 4m, m_3 = m$) sich nur auf der x -Achse bewegen. Sie seien auch nur zweifach „verfedert“ (je κ, ℓ) — eine dritte Feder wäre möglich, welche m_1 mit m_3 verbindet. Als Gleichgewichtslage sehen wir $(x_{01}, x_{02}, x_{03}) = (0, \ell, 2\ell)$ an.

Wie hängt das Gesamtpotential V des Systems von x_1, x_2, x_3 ab? Und wie von den Auslenkungen η_1, η_2, η_3 aus der Gleichgewichtslage? Mit welcher symmetrischen Matrix Ω bekommt das Potential die Gestalt $V = \frac{1}{2} \kappa \vec{\eta} \Omega \vec{\eta}$? ($\kappa \Omega$ ist die „Kappamatrix“ der Vorlesung) Wir setzen $\frac{1}{\sqrt{M}} \Omega \frac{1}{\sqrt{M}} =: \frac{1}{2m} H$ mit $H = ?$ Welche Eigenwerte λ_j hat H ($\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$) und welche zugehörigen normierten Eigenvektoren \vec{f}_j ? Wie sieht die mit H formulierte Bewegungsgleichung aus ($\ddot{\vec{u}} = \dots$) und mit welchen drei Frequenzen ω_j schwingt folglich das Molekül?

Nun wäre ja eigentlich vollständig zu den Auslenkungen $\vec{\eta}$ zurückzukehren. Der Einfachheit halber nehmen wir an, die beiden höheren Frequenzen seien nicht angeregt. Welche allgemeine Lösung $\vec{\eta}(t)$ bleibt dann übrig?

4

54) Kleine Schwingung auf Fahrstrahl

Kepler-Problem, Ursprung im Zentrum. Ein Bewohner des Fahrstrahls bemerkt gar nicht, daß sich seine r -Achse mit $\dot{\varphi} = ?$ um ihr linkes Ende dreht. Er findet, daß ein Teilchen m das Potential $V_{\text{eff}}(r) = ?$ erlebt und der Bewegungsgleichung $m\ddot{r} = ?$ folgt. (Man erhält sie am einfachsten durch Anwenden von ∂_t auf $E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + V_{\text{eff}}(r)$)

„Ah“, sagt er, „mein Potential hat ja ein Minimum, nämlich bei $R = ?$ Nun kann ich für das folgende die Konstante L durch R ausdrücken. Jetzt sehe ich mir per $r = R + \eta$ kleine Schwingungen an. Ob es egal ist, V_{eff} bis mit η^2 zu entwickeln oder die rechte Seite der Bewegungsgleichung bis mit η ? Nein.“ Hat er gesagt. (Eines davon zu tun genügt.)

Mit welcher Kreisfrequenz $\omega_{\text{schwing}}^2 = ?$ schwingt also m auf der r -Achse? Wir vergleichen mit der Kreisbahn- R -Umlauf-Frequenz $\omega_{\text{umlauf}}^2 = ?$ (steht eigentlich bereits oben irgendwo) — und staunen. Diese Anziehungskraft $\sim -1/r^2$ ist also etwas ganz Besonderes.

3